

SÉRIE A, N° 3070

N° D'ORDRE :

3942

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**BERNARD JANCOVICI**

---

**1<sup>re</sup> THÈSE.** — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU RÔLE DES FORCES NON  
CENTRALES DANS LA STRUCTURE NUCLÉAIRE.

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 juin 1957 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE. *Président.*

ROCARD..... }  
M. LÉVY..... } *Examineurs.*

---

PARIS

MASSON ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1959



SÉRIE A, n° 3070

N° D'ORDRE :

3942

# THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

**BERNARD JANCOVICI**

---

**1<sup>re</sup> THÈSE.** — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU RÔLE DES FORCES NON  
CENTRALES DANS LA STRUCTURE NUCLÉAIRE.

**2<sup>e</sup> THÈSE.** — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 18 juin 1957 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE. *Président.*

ROCARD..... } *Examineurs.*  
M. LÉVY..... }

---

PARIS

MASSON ET C<sup>ie</sup>, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1959



# FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen ..... J. PÉRÈS.

## PROFESSEURS

|                               |   |                                                   |                                 |   |                                             |
|-------------------------------|---|---------------------------------------------------|---------------------------------|---|---------------------------------------------|
| G. JULIA .....                | T | Analyse supérieure et Algèbre supérieure.         | QUENEY .....                    | T | Météorologie et dynamique atmosphérique.    |
| E. DARMOIS .....              | T | Enseignement de Physique.                         | GALLIEN .....                   | T | Embryologie.                                |
| FOCH .....                    | T | Mécanique physique et expérimentale.              | EICHORN .....                   | T | Biologie végétale (P.C.B.)                  |
| PAUTHENIER .....              | T | Electrotechnique génér.                           | DE CUGNAC .....                 | T | Biologie végétale (P.C.B.)                  |
| DE BROGLIE .....              | T | Théories physiques.                               | M <sup>lle</sup> CAUCHOIS ..... | T | Chimie physique.                            |
| PRENANT .....                 | T | Anatomie et Histologie comparées.                 | THELLIER .....                  | T | Physique du Globe.                          |
| GARNIER .....                 | T | Géométrie supérieure.                             | AUDUBERT .....                  | T | Electrochimie.                              |
| PÉRÈS .....                   | T | Mécanique des fluides et applications.            | L'HÉRITIER .....                | T | Génétique.                                  |
| LAUGIER .....                 | T | Physiologie générale.                             | GRIVET .....                    | T | Radioélectricité.                           |
| M. CURIE .....                | T | Physique (P.C.B.).                                | PONCIN .....                    | T | Mécanique des fluides.                      |
| BARRADÉ .....                 | T | Géologie structurale et Géologie appliquée.       | THIERY .....                    | T | Mécanique appliquée.                        |
| G. DARMOIS .....              | T | Calcul des probabilités et Physique mathématique. | DUBREIL .....                   | T | Arithmétique et théorie des nombres.        |
| J. BOURCART .....             | T | Géographie physique et Géologie dynamique.        | QUELET .....                    | T | Chimie organique.                           |
| PLANTEFOL .....               | T | Botanique.                                        | GAGNIARD .....                  | T | Géophysique appliquée.                      |
| GRASSÉ .....                  | T | Évolution des êtres organisés.                    | CHAMPETIER .....                | T | Chimie macromoléculaire.                    |
| PRÉVOST .....                 | T | Chimie organique.                                 | CUVILLIER .....                 | T | Géologie structurale et Géologie appliquée. |
| BOULIGAND .....               | T | Application de l'analyse à la Géométrie.          | JUNG .....                      | T | Pétrographie.                               |
| CHAUDRON .....                | T | Chimie appliquée.                                 | TRILLAT .....                   | T | Microscopie et diffraction électronique.    |
| WYART .....                   | T | Minéralogie                                       | WIEMANN .....                   | T | Chimie organique et structurale.            |
| TEISSIER .....                | T | Zoologie.                                         | JACQUINOT .....                 | T | Spectroscopie et Physique céleste.          |
| MANGENOT .....                | T | Biologie végétale.                                | VASSY .....                     |   | Physique de l'atmosphère.                   |
| P. AUGER .....                | T | Physique quantique et Relativité.                 | DESTOUCHES .....                |   | Théories physiques.                         |
| MONNIER .....                 | T | Physiologie des fonctions.                        | M. PRUVOST .....                | T | Géologie.                                   |
| PIVETEAU .....                | T | Géologie.                                         | AMIEL .....                     | T | Chimie (P.C.B.).                            |
| ROCARD .....                  | T | Physique (E.N.S.).                                | HOCART .....                    | T | Minéralogie                                 |
| H. CARTAN .....               | T | Mathématiques (E.N.S.).                           | J.-P. MATHIEU .....             | T | Physique (P.C.B.).                          |
| LAFFITTE .....                | T | Chimie générale.                                  | COUTEAUX .....                  | T | Biologie animale (P.C.B.)                   |
| FAYARD .....                  | T | Mécanique générale.                               | MAY .....                       | T | Biologie animale (P.C.B.)                   |
| COULOMB .....                 | T | Physique du Globe.                                | CHOQUET .....                   | T | Calcul diff. et intégral.                   |
| M <sup>lle</sup> COUSIN ..... | T | Biologie animale (P.C.B.)                         | FELDMANN .....                  |   | Biologie (P.C.B.).                          |
| CHRÉTIEN .....                | T | Chimie minérale.                                  | GUINIER .....                   | T | Physique (P.C.B.).                          |
| P. DRACH .....                | T | Zoologie.                                         | JOST .....                      | T | Biologie (P.C.B.).                          |
| KASTLER .....                 | T | Physique.                                         | FORTET .....                    | T | Calcul des probabilités.                    |
| EPHRUSSI .....                | T | Génétique.                                        | SCHWARTZ .....                  | T | Méthodes mathématiques de la Physique.      |
| WURMSER .....                 | T | Écol. physico-chimique.                           | CHOUARD .....                   | T | Physiologie végétale.                       |
| RIVIÈRE .....                 | T | Géologie (S.P.C.N.).                              | MALAVARD .....                  | T | Aviation.                                   |
| GAUTHIERET .....              | T | Biologie végétale (P.C.B.)                        | BRELOT .....                    | T | Calcul différentiel.                        |
| LUCAS .....                   | T | Recherches physiques.                             | NORMANT .....                   | T | Chimie (P.C.B.).                            |
| A. THOMAS .....               | T | Biologie cellulaire.                              | BÉNARD .....                    | T | Chimie (P.C.B.).                            |
| ARNULF .....                  | T | Optique appliquée.                                | RU VAT .....                    | T | Botanique (E.N.S.).                         |
| M. MORAND .....               | T | Physique.                                         | DUGUÉ .....                     | T | Statistiques mathématiques.                 |
| SOLEILLET .....               | T | Physique.                                         | GELOSO .....                    | T | Chimie (S.P.C.N.).                          |
| FORTIER .....                 | T | Mécanique expérimentale des fluides.              | SOULAIAC .....                  | T | Psychophysiologie.                          |
| DANJON .....                  | T | Astronomie.                                       | URICH .....                     | T | Physiologie végétale.                       |
| FROMAGEOT .....               | T | Chimie biologique.                                | MARÉCHAL .....                  | T | Optique théorique et appliquée.             |
| LAFORTE .....                 | T | Physique générale et Radioactivité.               | KIRRMANN .....                  | T | Théories chimiques.                         |
| JANET .....                   | T | Mécanique analytique et Mécanique céleste.        | CHADEFAUD .....                 |   | Botanique.                                  |
| PETIT .....                   | T | Biologie maritime.                                | DESTRIAU .....                  | T | Physique (M.P.C.).                          |
|                               |   |                                                   | M <sup>lle</sup> LE BRETON ..   |   | Physiologie générale.                       |
|                               |   |                                                   | SALEM .....                     | T | Mathématiques générales.                    |
|                               |   |                                                   | LELONG .....                    | T | Mathématiques générales.                    |

## PROFESSEURS (suite).

|                               |   |                                           |                              |   |                                      |
|-------------------------------|---|-------------------------------------------|------------------------------|---|--------------------------------------|
| DEVILLERS .....               |   | Anatomie et Histologie comparées.         | SCUCHAY .....                |   | Chimie (P.C.B.).                     |
| FIBRESMANN .....              | T | Topologie algébrique.                     | AIGRAIN .....                |   | Physique (P.C.B.).                   |
| FRANÇON .....                 |   | Physique (M.P.C.).                        | BRUSSET .....                |   | Chimie (P.C.B.).                     |
| GLANGEAUD .....               | T | Géographie physique et Géologie dynamique | M. LÉVY .....                |   | Physique théorique.                  |
| GODEMENT .....                | T | Mathématiques (M.P.C.).                   | LENORMANT .....              |   | Physiologie.                         |
| PISOT .....                   | T | Calcul des probabilités.                  | M <sup>me</sup> CHAIX .....  |   | Chimie biologique.                   |
| E. ROCHE .....                |   | Géologie.                                 | M <sup>me</sup> HUREL-PY ... |   | Biologie végétale (P.C.B.).          |
| SCHATZMANN .....              |   | Astrophysique.                            | PIAUX .....                  |   | Chimie (P.C.B.).                     |
| TERMIER .....                 | T | Paléontologie stratigraphique.            | BRUN .....                   |   | Mécanique expérimentale des fluides. |
| ZAMANSKY .....                | T | Mathématiques générales.                  | LEDERER .....                |   | Chimie biologique.                   |
| JOLIOT .....                  | T | Physique nucléaire et Radioactivité.      | M <sup>me</sup> DUBREIL .... |   | Mathématiques.                       |
| LENNUER .....                 |   | Physique (P.C.B.).                        | M <sup>me</sup> LELONG ..... |   | Mathématiques (E.N.S.).              |
| RIZET .....                   |   | Génétique.                                | BELLAIR .....                |   | Géologie (S.P.C.N.).                 |
| M <sup>me</sup> TONNELAT .... |   | Théories physiques.                       | COTTE .....                  | T | Physique (M.P.C.).                   |
| DIXMIER .....                 |   | Mathématiques (M.P.C.).                   | J.-E. DUBOIS ....            |   | Chimie (M.P.C.).                     |
|                               |   |                                           | LAMOTTE .....                |   | Zoologie                             |
|                               |   |                                           | L. ROLLAND .....             |   | Mécanique des fluides.               |
|                               |   |                                           | MICHEL .....                 |   | Chimie (P.C.B.).                     |

Secrétaire Général ..... Ch. MONIER.



A LA MÉMOIRE DE MES PARENTS

JEAN et ADÈLE JANCOVICI  
morts en déportation



## AVANT-PROPOS

Ce travail a été commencé à l'Université de Princeton (U. S. A.), dans le groupe du Professeur Eugene P. Wigner qui m'a proposé les sujets des deux premières parties de cette thèse. La direction inlassable du Professeur Wigner, ses conseils quotidiens, toute l'amitié de son accueil, et plus tard sa correspondance, ont été très importants pour moi, et je tiens à lui en exprimer toute ma respectueuse gratitude. J'ai aussi été suivi de très près à Princeton par le Docteur Igal Talmi qui ne m'a pas ménagé son temps, et je le remercie chaleureusement pour la formation qu'il m'a donnée.

Ce travail a été poursuivi à Paris, au laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, où le Directeur, M. le Professeur Rocard, m'a assuré des conditions de travail dont je le remercie. M. le Professeur Maurice Lévy, qui dirige le groupe de Physique Théorique, a formé par un effort constant, une équipe qui lui doit tout ; je tiens à lui rappeler toute ma reconnaissance. J'ai naturellement beaucoup bénéficié des discussions avec tous mes camarades, et plus spécialement L. Verlet ; je les remercie tous pour leur intérêt. Mme C. Movchet a calculé, et dactylographié ainsi que Mlle O. Cauvin, avec un dévouement dont la spontanéité et le naturel ne sauraient me faire oublier la valeur.



Digitized by the Internet Archive  
in 2026

# CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DU ROLE DES FORCES NON CENTRALES DANS LA STRUCTURE NUCLÉAIRE <sup>(1)</sup>

PAR BERNARD JANCOVICI

## SOMMAIRE

### PREMIÈRE PARTIE

*Les forces tensorielles et les durées de vie  $\beta$  de  $^{14}\text{C}$  et  $^{14}\text{O}$ .*

- I. — Introduction.
- II. — L'élément de matrice de la désintégration  $\beta$  et les forces nucléaires.
- III. — La durée de vie  $\beta$  de  $^{14}\text{O}$ .
- IV. — La durée de vie  $\gamma$  du premier niveau excité de  $^{14}\text{N}$ .
- V. — Conclusion.

### DEUXIÈME PARTIE

*Les forces spin-orbite et les durées de vie  $\beta$  de  $^{12}\text{B}$  et  $^8\text{Li}$ .*

- I. — Introduction.
- II. — Les forces vectorielles et le mélange des supermultiplets.
- III. — Les forces tensorielles et le mélange des supermultiplets.
- IV. —  $^{12}\text{B}$  et  $^{12}\text{C}$  en couplage  $j-j$ .
- V. — Conclusions.

### TROISIÈME PARTIE

*L'interaction spin-orbite et les forces tensorielles.*

- I. — Introduction.
- II. — La méthode de Brueckner.
- III. — Application au problème du potentiel spin-orbite.

<sup>(1)</sup> Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences physiques et soutenue le 18 juin 1957 devant la commission d'examen.

- IV. — Le calcul des intégrales pour un nucléon lié.
- V. — Discussion numérique des résultats obtenus pour un nucléon lié.
- VI. — Le potentiel spin-orbite à haute énergie (300 MeV).
- VII. — Discussion et conclusions.

## APPENDICES.

## BIBLIOGRAPHIE.

## RÉSUMÉ

On s'est proposé d'étudier divers aspects du rôle des forces non centrales dans la structure des noyaux atomiques, et les relations possibles entre ces forces. On étudie d'abord deux problèmes de radioactivité  $\beta$  et leurs implications sur les forces non centrales. On traite ensuite de l'origine même des forces spin-orbite.

Dans la Première Partie, on montre qu'on peut expliquer la longue durée de vie  $\beta$  de  $^{14}\text{C}$  par la présence de forces tensorielles. On peut ajuster ces forces de façon à ce que les fonctions d'onde calculées pour  $^{14}\text{C}$  et pour le noyau résiduel  $^{14}\text{N}$  annulent l'élément de matrice responsable de la désintégration  $\beta$ . Les mêmes fonctions d'onde rendent compte de la probabilité de désintégration  $\beta$  du noyau miroir  $^{14}\text{O}$  vers l'état fondamental de  $^{14}\text{N}$ ; et de la durée de vie  $\gamma$  du premier état excité de  $^{14}\text{N}$ , qui est isobarique avec les états fondamentaux de  $^{14}\text{C}$  et  $^{14}\text{O}$ . Le problème de  $^{14}\text{C}$  est donc un cas où l'introduction explicite de forces tensorielles est importante.

Dans la Deuxième Partie, on montre qu'on peut expliquer la durée de vie  $\beta$  de  $^{12}\text{B}$  par la présence de forces vectorielles (spin-orbite). L'état initial  $^{12}\text{B}$  et les états finaux du noyau résiduel  $^{12}\text{C}$  appartiennent en première approximation à des supermultiplets différents, entre lesquels une transition  $\beta$  serait impossible. La transition a lieu cependant, grâce au mélange partiel, par des forces non centrales, entre les supermultiplets. Au premier ordre de la théorie des perturbations, dans le cas considéré, le mélange ne peut être effectué que par une force du type spin-orbite. Les calculs indiquent un ordre de grandeur raisonnable pour la force spin-orbite qui expliquerait les probabilités de transition  $\beta$ . Le même modèle s'applique qualitativement à  $^8\text{Li}$ . L'effet de second ordre des forces tensorielles, sans mélange de configurations, a été calculé et est négligeable. Les fonctions d'onde sont plus proches de celles du couplage LS que celles du couplage  $j - j$ .

Dans la Troisième Partie, on cherche si on peut expliquer les forces spin-orbite dans les noyaux complexes comme un effet de deuxième ordre des forces tensorielles. On travaille dans l'approximation de

Thomas-Fermi. On s'inspire de la théorie de Brueckner, dont les résultats sont d'abord rapidement rappelés. On calcule une amplitude de réaction modifiée, pour les collisions de deux nucléons au sein de la matière nucléaire. On utilise la deuxième approximation de Born et on tient compte du principe d'exclusion de Pauli dans les états intermédiaires, ceux déjà occupés par d'autres nucléons étant interdits. On obtient ensuite le potentiel spin-orbite moyen auquel est soumis un nucléon en sommant, sur les collisions avec tous les autres nucléons, la partie linéaire dans les spins de l'amplitude de réaction. Seules les amplitudes en avant et en arrière (cette dernière à cause de l'antisymétrisation) jouent un rôle. Les résultats sont sensibles à la forme détaillée de l'interaction tensorielle, et ne seraient expérimentalement acceptables que pour des forces tensorielles peu singulières, plus fortes et à beaucoup plus longue portée qu'il n'est vraisemblable. Pour des forces raisonnables, le potentiel spin-orbite obtenu est d'un ordre de grandeur trop faible et peut même avoir le mauvais signe. Ces conclusions ne sont pas modifiées par une étude plus détaillée de la structure de la surface nucléaire et de l'influence possible des quantités de mouvement élevées existant dans la matière nucléaire. On discute l'extension de la théorie aux problèmes de polarisation de nucléons de haute énergie. On conclut que, sous réserve de la validité de certaines approximations, il faut admettre l'existence de forces élémentaires spin-orbite entre deux nucléons. Il demeure cependant possible que les forces spin-orbite soient un effet des forces tensorielles mettant en jeu plus de deux nucléons à la fois.

## PREMIÈRE PARTIE

### Les forces tensorielles et les durées de vie $\beta$ de $^{14}\text{C}$ et $^{14}\text{O}$ .

#### I. — *Introduction.*

La très longue durée de vie (5 600 ans) de  $^{14}\text{C}$  pose un problème de structure nucléaire. La désintégration  $\beta$   $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N}$  est permise par la forme du spectre et les spins. Les durées de vie de transitions permises correspondent habituellement à  $\log ft \sim 3,5$  à 5. Or pour  $^{14}\text{C}$ ,  $\log ft = 9,03$  (1). Nous allons exposer ici une explication possible de ce chiffre anormal proposée par I. Talmi et l'auteur (40). Nous voulons chercher quelles sont les implications de cette longue durée de vie sur les fonctions d'onde nucléaires et sur les forces responsables de cette structure. En particulier, nous allons montrer que l'introduction explicite de forces tensorielles pourrait jouer un rôle important.

La transition  $\beta$  a lieu entre l'état fondamental  $J = 0^+$ ,  $T = 1$  de  $^{14}\text{C}$  et l'état fondamental  $J = 1^+$ ,  $T = 0$  de  $^{14}\text{N}$  (1). La transition est donc causée purement par l'opérateur de Gamow-Teller  $\vec{\sigma}$ , et sa durée de vie est approximativement donnée par (29) :

$$ft = \frac{4780}{\left| \int \vec{\sigma} \right|^2}. \quad (\text{I.1})$$

Le résultat expérimental pour  $ft$  implique que  $\int \vec{\sigma}$  est pratiquement nul. Il faut donc trouver un modèle nucléaire expliquant la très faible valeur de cet élément de matrice.

Nous nous sommes limités aux états de la configuration  $p^{-2}$ . Les fonctions d'onde des états fondamentaux de  $^{14}\text{C}$  et  $^{14}\text{N}$  sont alors toujours exprimables comme des combinaisons linéaires de fonctions propres LS :

$$^{14}\text{C} \quad \Psi = x(^1\text{S}_0) + y(^3\text{P}_0) \quad (\text{I.2})$$

$$^{14}\text{N} \quad \Phi = \alpha(^3\text{S}_1) + \beta(^1\text{P}_1) + \gamma(^3\text{D}_1). \quad (\text{I.3})$$

Il s'agit d'états stationnaires ; aussi toutes les fonctions et tous les coefficients peuvent être supposés réels.

Le problème est de trouver des fonctions  $\Psi$  et  $\Phi$  annulant approximativement l'élément de matrice  $\int \vec{\sigma}$  et d'expliquer ensuite ces fonctions d'onde par des forces nucléaires appropriées.

## II. — L'élément de matrice de la désintégration $\beta$ et les forces nucléaires.

CALCUL DE  $\int \vec{\sigma}$ . — L'opérateur de Gamow-Teller, vectoriel dans les spins, scalaire dans les coordonnées d'espace, obéit aux règles de sélection d'un vecteur, et son élément de matrice entre les états (I.2) et (I.3) est :

$$\left. \begin{aligned} \int \vec{\sigma} &= \alpha x \langle ^3\text{S}_1 | \sum_{i=1,2} \vec{\tau}_{\tau_i} \vec{\sigma}_i | ^1\text{S}_0 \rangle \\ &+ \beta y \langle ^1\text{P}_1 | \sum_{i=1,2} \vec{\tau}_{\tau_i} \vec{\sigma}_i | ^3\text{P}_0 \rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.1})$$

$\vec{\tau}_{\tau_i}$  est l'opérateur de spin isotopique qui peut changer l'état de charge du nucléon  $i$ . Les éléments de matrice ne dépendent pas de la structure détaillée de la fonction d'onde spatiale et (II.1) fournit le résultat :

$$\left| \int \vec{\sigma} \right|^2 = 6 \left( \alpha x - \frac{\beta y}{\sqrt{3}} \right)^2. \quad (\text{II.2})$$

LE THÉORÈME D'INGLIS. — Nous cherchons des forces nucléaires susceptibles d'annuler (II.2) par compensation des deux termes. Les états (I.2) et (I.3) sont les états propres les plus bas des matrices d'énergie de la configuration  $p^{-2}$ ; ces matrices sont respectivement la matrice  $2 \times 2$  des états  $J=0$ ,  $T=1$  et la matrice  $3 \times 3$  des états  $J=1$ ,  $T=0$ .

D'après un théorème dû à Inglis (36), il est impossible d'annuler (II.2) si les matrices d'énergie ne comportent que des forces centrales et des forces spin-orbite du type :

$$a \sum_i \vec{l}_i \cdot \vec{s}_i. \quad (\text{II.3})$$

L'étude des noyaux, en ne tenant compte que de ces forces constitue le couplage intermédiaire, qui a expliqué avec succès de nombreuses propriétés des noyaux légers. Ici, le couplage intermédiaire est impuissant à expliquer la nullité de (II.2).

Nous avons généralisé ce théorème à une interaction mutuelle spin-orbite :

$$V(r_{12}) \vec{l}_{12} \cdot (\vec{s}_1 + \vec{s}_2). \quad (\text{II.4})$$

En effet, une telle interaction entre les deux trous  $p$  est diagonale dans le spin total et n'a donc pas ici d'éléments non diagonaux. Les éléments non diagonaux proviennent seulement de l'interaction des trous  $p$  avec les couches fermées, laquelle est du type (II.3) (35).

Donc, si on ne considère que des forces spin-orbite (II.3) ou (II.4) et des forces centrales, au sein de la configuration  $p^{-2}$ , on ne peut pas expliquer la quasi nullité de (II.2). Nous allons maintenant montrer qu'une compensation peut se produire si on introduit des forces tensorielles.

LES FORCES TENSORIELLES. — Nous avons supposé une interaction contenant des forces centrales, tensorielles et spin-orbite (II.3). Il existe donc entre les deux trous  $p$  une interaction, supposée de Serber :

$$H = \frac{1+P}{2} [V_c e^{-r/r_c} / (r/r_c) + S_{12} V_t e^{-r/r_t} / (r/r_t)] \quad (\text{II.5})$$

où  $P$  est l'opérateur d'échange de Majorana et où :

$$S_{12} = \frac{3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2). \quad (\text{II.6})$$

Nous supposons en plus que chaque trou interagit avec les couches fermées par un terme (II.3) ( $a > 0$  pour un trou). Nous supposons que les fonctions d'onde sont celles d'un puits de potentiel oscillateur harmonique  $V(r)$ . Nous avons ajusté ce puits pour que le rayon quadra-

tique moyen du noyau soit  $\sqrt{3/5} \, 1,2 \times 10^{-13} \text{ A}^{1,3} \text{ cm}$ . Les éléments de matrice de (II.5) s'expriment alors simplement au moyen des intégrales de Talmi (66)  $I_l$  et  $J_l$  des potentiels central et tensoriel respectivement. Les intégrales de Talmi d'une force  $f(r)$  sont définies par :

$$I_l = \int_0^\infty f(r) R_l^2 dr \quad (\text{II.7})$$

où  $R_l(r)$  est  $r$  fois la partie radiale de la première fonction propre de moment angulaire  $l$  d'un puits oscillateur harmonique  $\frac{1}{4} V(r)$ . Les matrices s'écrivent alors (10) :

$$^{14}\text{C} \quad \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} {}^1\text{S}_0 & {}^3\text{P}_0 \end{array} \\ \begin{array}{c} {}^1\text{S}_0 \\ {}^3\text{P}_0 \end{array} & \begin{bmatrix} \frac{5}{4}(I_0 + I_2) - \frac{3}{2}I_1 & -a\sqrt{2} \\ -a\sqrt{2} & -a \end{bmatrix} \end{array} \quad (\text{II.8})$$

$$^{14}\text{N} \quad \begin{array}{ccc} & {}^3\text{S}_1 & {}^1\text{P}_1 & {}^3\text{D}_1 \\ \begin{array}{c} {}^3\text{S}_1 \\ {}^1\text{P}_1 \\ {}^3\text{D}_1 \end{array} & \begin{bmatrix} \frac{5}{4}(I_0 + I_2) - \frac{3}{2}I_1 & a\sqrt{\frac{2}{3}} & \frac{3}{5}J_1 - 5J_2 \\ a\sqrt{\frac{2}{3}} & 0 & -a\sqrt{\frac{5}{6}} \\ \frac{3}{5}J_1 - 5J_2 & -a\sqrt{\frac{5}{6}} & \frac{1}{2}(I_0 + I_2) - J_2 - \frac{3}{2}a \end{bmatrix} \end{array} \quad (\text{II.9})$$

Nous avons alors cherché des paramètres pour nos forces susceptibles de fournir des vecteurs propres (I.2) et (I.3) des matrices (II.8) et (II.9), afin d'annuler (II.2). Nous avons proposé des chiffres adaptés à l'état fondamental du deuton (24) :

$$r_c = r_t = 1,185 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad V_c = 7,9 \text{ MeV} \quad V_t = 79,6 \text{ MeV} \quad (\text{II.10})$$

Avec  $a = 2,3 \text{ MeV}$ , (II.2) s'annule pratiquement. Les fonctions d'onde correspondantes sont :

$$\Psi = 0,65 ({}^1\text{S}_0) + 0,76 ({}^3\text{P}_0) \quad (\text{II.11})$$

$$\Phi = 0,264 ({}^3\text{S}_1) + 0,374 ({}^1\text{P}_1) + 0,89 ({}^3\text{D}_1) \quad (\text{II.12})$$

Avec la fonction (II.12) on peut calculer le moment magnétique de  $^{14}\text{N}$ . On trouve 0,38 magnéton (la valeur expérimentale (58) est 0,40368). On peut également calculer le moment quadrupolaire de  $^{14}\text{N}$ . La valeur obtenue est 0,011 barn (la valeur expérimentale (61) est 0,01).

Cependant, il faut noter que la force tensorielle proposée en (II.10) est d'une profondeur considérable et que le spectre des niveaux excités

de  $^{14}\text{N}$  calculé avec une telle force serait gravement bouleversé. En particulier, l'état  $^3\text{D}_2$  serait abaissé au-dessous du niveau fondamental.

Heureusement, nos calculs ont pu être repris par d'autres auteurs avec des valeurs différentes des paramètres. C'est ainsi que Visscher et Ferrell (69) ont pu annuler (II.2) en prenant une force tensorielle gaussienne plus faible (d'une dépendance d'échange plus compliquée d'ailleurs). De même, Elliott (12) montre que les résultats sont très sensibles à la dépendance radiale de la force tensorielle et qu'on peut expliquer les résultats avec une force tensorielle faible (du genre de celle de Pease et Feshbach (57), qui n'altère pas le spectre de  $^{14}\text{N}$ ).

### III. — La durée de vie $\beta$ de $^{14}\text{O}$ .

GÉNÉRALITÉS. — Le noyau miroir de  $^{14}\text{C}$ ,  $^{14}\text{O}$ , est radioactif  $\beta^+$ . Presque toute la transition s'effectue vers un état excité de  $^{14}\text{N}$ . Cependant, il existe un faible rapport d'embranchement pour une transition vers l'état fondamental de  $^{14}\text{C}$ , et pour cette transition, les mesures (29) ont indiqué une valeur  $\log ft \sim 7,3$ .

La différence essentielle entre les transitions miroirs  $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N}$  et  $^{14}\text{O} \rightarrow ^{14}\text{N}$  est due aux forces coulombiennes.  $^{14}\text{O}$  diffère de  $^{14}\text{C}$  par une force électrostatique additionnelle  $-e^2/r$  entre les deux trous  $p$ . Nous avons voulu calculer comment la légère modification apportée à la fonction d'onde (II.11) par cette force de Coulomb modifie la valeur de (II.2), et si la durée de vie partielle de  $^{14}\text{O}$  alors calculée par (I.1) est acceptable.

EFFET D'UNE PERTURBATION COULOMBIENNE. — Si l'on ajoute à la matrice d'énergie (II.10) une perturbation coulombienne  $-e^2/r$ , la fonction propre (I.2) est remplacée par :

$$\Psi + \Delta\Psi = \Psi + \frac{\langle \Psi | -e^2/r | \Psi' \rangle}{E' - E} \Psi' \quad (\text{III.1})$$

où  $\Psi'$  est l'autre état propre de (II.10) et  $E'$  est l'énergie de  $\Psi'$ .  $\Psi'$  est orthogonal à  $\Psi$ , donc :

$$\Psi' = y(^1\text{S}_0) - x(^3\text{P}_0). \quad (\text{III.2})$$

En tenant compte de (III.2) et (III.1), (II.2), nul pour  $^{14}\text{C}$ , devient pour  $^{14}\text{O}$  :

$$\int \vec{\sigma}^2 = 6 \left[ \frac{\langle ^1\text{S}_0 | e^2/r | ^1\text{S}_0 \rangle}{E' - E} - \frac{\langle ^3\text{P}_0 | e^2/r | ^3\text{P}_0 \rangle}{E' - E} \right]^2 x^2 x^2. \quad (\text{III.3})$$

Les éléments de matrice de  $e^2/r$  se calculent aisément avec les fonctions d'onde d'oscillateur harmonique.  $E' - E$  est de l'ordre de grandeur de la première énergie d'excitation de  $^{14}\text{C}$  : 4,1 MeV, ou peut être jusqu'à deux fois plus. En portant (III.3) dans (I.1), on trouve  $\log ft \sim 7,0$  à 7,6, en accord raisonnable avec la limite expérimentale.

IV. — *La durée de vie  $\gamma$  du premier niveau excité de  $^{14}\text{N}$ .*

Le premier niveau excité (2,31 MeV) (1) de  $^{14}\text{N}$ ,  $T = 1$ ,  $J = 0^+$ , est vraisemblablement isobarique avec l'état fondamental de  $^{14}\text{C}$ . Cet état excité de  $^{14}\text{N}$  se désintègre par transition  $\gamma$  dipolaire magnétique vers le niveau fondamental.

L'opérateur qui cause cette transition se compose de deux parties (13) :

1° Un opérateur dépendant des spins :

$$\vec{M}' = \frac{e\hbar}{2Mc} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sum_{i=1}^Z \mu_i \vec{\sigma}_i \quad (\text{IV.1})$$

où  $\mu_i$  est le moment magnétique du nucléon  $i$ .

2° Un opérateur dépendant des coordonnées spatiales des protons :

$$\vec{M} = \frac{e\hbar}{2Mc} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \sum_{i=1}^Z \vec{L}_i \quad (\text{IV.2})$$

où  $\vec{L}_i$  est le moment angulaire du proton  $i$ .

L'opérateur (IV.1) a une structure analogue à celle de l'opérateur de Gamow-Teller pour la désintégration  $\beta$ . En particulier, si l'élément de matrice  $^{14}\text{C} \rightarrow ^{14}\text{N}$  de l'opérateur de Gamow-Teller est quasi nul, l'élément de matrice correspondant de  $\vec{M}'$  est nul pour la transition  $^{14}\text{N}^* \rightarrow ^{14}\text{N}$ .

La transition  $\gamma$  est donc causée uniquement par l'opérateur (IV.2). La durée de vie  $\gamma$  est, pour une transition de nombre d'onde  $\kappa$  :

$$\tau = (\text{Log } 2) \frac{9}{16\pi} \frac{\hbar}{\kappa^3 | < \vec{M} > |^2}. \quad (\text{IV.3})$$

Pour la transition considérée de  $^{14}\text{N}$ , avec les fonctions d'onde (II.11) pour l'état excité et (II.12) pour l'état fondamental, (IV.3) donne :  $\tau = 2 \times 10^{-14}$  sec. La valeur mesurée est (68)  $< 2 \times 10^{-13}$  sec.

Les valeurs calculées pour  $\tau$  avec les fonctions d'onde analogues obtenues pour des forces tensorielles différentes par d'autres auteurs (14, 69) restent de l'ordre de  $10^{-14}$  sec.

Il faut noter qu'on a pu supposer autrefois que la longue durée de vie de  $^{14}\text{C}$  était due, non pas à une compensation des deux termes de (III.2), mais à une interdiction plus forte ; par exemple l'état initial étant  $^1\text{S}_0$  et l'état final  $^3\text{D}_1$ . Dans un tel modèle, non seulement (IV.1) mais aussi (IV.2) aurait son élément de matrice nul, et la durée de vie  $\gamma$  de  $^{14}\text{N}^*$  serait anormalement longue contrairement à l'expérience.

V. — *Conclusion.*

La longue durée de vie de  $^{14}\text{C}$  s'explique bien si on tient explicitement compte des forces tensorielles. Le même modèle explique la durée de vie  $\beta$  de  $^{14}\text{O}$  dans sa transition vers l'état fondamental de  $^{14}\text{N}$ , et la durée de vie  $\gamma$  du premier état excité de  $^{14}\text{N}$ .

La force tenseur primitivement proposée par nous était très forte. D'autres travaux ont montré qu'on peut réduire cette force tensorielle à des valeurs assez faibles pour ne pas bouleverser le spectre des états excités de  $^{14}\text{N}$ .

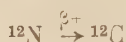
## DEUXIÈME PARTIE

Les forces spin-orbite et les durées de vie  $\beta$   
de  $^{12}\text{B}$  et  $^8\text{Li}$ .I. — *Introduction.*

Parmi les transitions  $\beta$  permises, il existe, pour les noyaux légers, une nette distinction entre les transitions favorisées ( $\log ft \sim 3,5$ ) et les transitions non favorisées ( $\log ft \sim 5$ ). Cette distinction, non prévue par le modèle des couches à couplage  $j-j$ , est par contre explicable dans le modèle des couches à couplage LS. Dans ce dernier modèle, une transition est favorisée ou non, selon que les états initial et final appartiennent ou n'appartiennent pas au même supermultiplet (71). La disparition progressive de la distinction entre transitions favorisées et non favorisées pour les noyaux plus lourds peut s'expliquer par l'importance croissante que prennent alors les forces de Coulomb et les forces non centrales qui mélangent les supermultiplets. Même pour les noyaux légers, les transitions non favorisées ne peuvent avoir une probabilité non nulle que grâce à un mélange partiel des supermultiplets. Les durées de vie  $\beta$  peuvent donc fournir des renseignements sur l'importance des forces non centrales (le rôle des forces de Coulomb est négligeable pour les noyaux légers) ; c'est ce qu'on se propose d'étudier ici dans des cas particuliers (39).

On peut attendre une transition non favorisée quand l'état final est un niveau bas d'un noyau léger pair-pair. En effet, un tel niveau appartient à un supermultiplet (0, 0, 0), lequel ne contient qu'un seul état de charge possible, et l'état initial appartient forcément à un super-

multiplet différent. En se bornant aux noyaux de la couche  $1p$ , on a comme désintégration  $\beta$  de ce type les transitions :



dont les schémas (1) sont donnés dans les figures 1 et 2. La transition de  ${}^8\text{Li}$  vers l'état de base  ${}^8\text{Be}$  est interdite ( $\Delta J = 2$ ) et l'on ne considé-

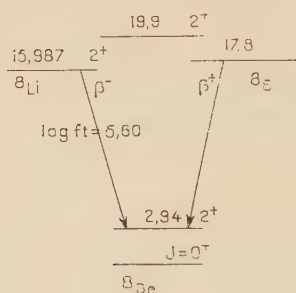


Fig. 1.

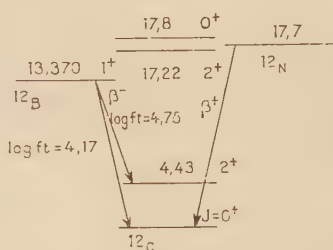


Fig. 2.

ra que la transition vers le premier état excité  ${}^8\text{Be}^*$  ( $\log ft = 5,60$ ) ; la transition miroir de  ${}^8\text{B}$ , moins bien connue expérimentalement, sera considérée comme analogue. On étudiera pour  ${}^{12}\text{B}$  les deux transitions permises vers l'état de base de  ${}^{12}\text{C}$  ( $\log ft = 4,17$ ) et le premier état excité  ${}^{12}\text{C}$  ( $\log ft = 4,75$ ) ; la désintégration miroir de  ${}^{12}\text{N}$  sera également considérée comme analogue.

On se propose donc d'interpréter les transitions  ${}^8\text{Li} \rightarrow {}^8\text{Be}^*$ ,  ${}^{12}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{12}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C}^*$ . Le chiffre le plus étonnant *a priori* est  $\log ft = 4,17$  pour  ${}^{12}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C}$  : cette valeur est nettement plus faible que le  $\log ft \sim 5$  ou  $6$  qui caractérise d'ordinaire les transitions permises non favorisées. On montrera que, en fait, une force spin-orbite de grandeur raisonnable mélange assez les supermultiplets pour abaisser ainsi la durée de vie et que c'est au contraire la durée de vie de  ${}^8\text{Li} \rightarrow {}^8\text{Be}^*$  qui semble trop longue quand on essaie de l'expliquer par la même théorie.

Le couplage intermédiaire décrit mieux que les cas extrêmes des couplages LS ou  $j-j$ , les niveaux des noyaux légers (36). Cependant, pour les polyades  $A = 4n$ , le haut degré de symétrie favorise le couplage LS. Par contre, non seulement le couplage  $j-j$  ne rend pas

compte des niveaux d'énergie, mais encore il ne distingue pas les transitions favorisées et non favorisées, et il prévoit les durées de vie  $\beta$  trop courtes pour les transitions considérées (voir chap. IV). On travaillera donc d'abord en couplage LS, les forces non centrales étant traitées comme une perturbation. Les configurations mises en jeu sont  $p^4$  pour  $A = 8$  et  $p^{-1}$  pour  $A = 12$  : elles donnent lieu à la même classification de niveaux.

## II. — Les forces vectorielles et le mélange des supermultiplets.

LES ÉTATS DE LA CONFIGURATION  $p^4$  EN COUPLAGE LS. — Les états en couplage LS sont définis par divers nombres quantiques, parmi lesquels on trouve la configuration  $l^n$ , la partition  $[f]$  (équivalente au supermultiplet), le spin isotopique total  $T$ , le spin total  $S$ , le moment orbital total  $L$ , le moment angulaire total  $J$ . Nous utilisons la notation  $l^n [f] T+1 2S+1 L_J$ . Par exemple, un état  $s^4 p^{-4} [31] {}^{13}P_0$  comporte 4 particules dans la couche  $s$ , 4 trous dans la couche  $p$ ; la partition est  $[31]$ , le spin isotopique total 0, le spin total 1, le moment orbital total 1, le moment angulaire total 0.

Les états de la configuration  $p^4$  ont été classés et étudiés par Jahn et van Wieringen (38). Les deux partitions les plus basses  $[4]$  et  $[31]$  sont représentées schématiquement sur les figures (3) et (4).

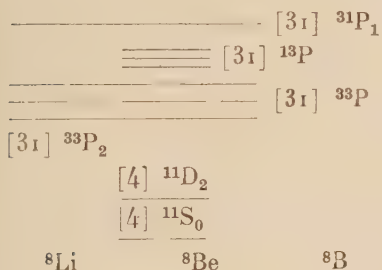


Fig. 3.

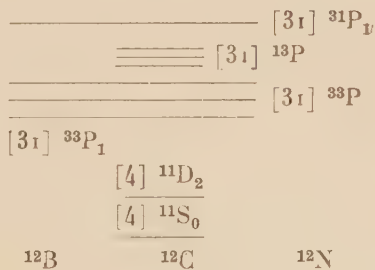


Fig. 4.

Les états les plus bas sont probablement de partition  $[4]$ , la plus symétrique. Nous attribuons donc au niveau fondamental  $J = 0^+$  de  ${}^8\text{Be}$  ou  ${}^{12}\text{C}$  l'état  $[4] {}^{11}S_0$ , et au premier niveau excité  $J = 2^+$  des mêmes noyaux, l'état  $[4] {}^{11}D_2$ .

La partition  $[4]$  ne comporte que ces deux niveaux, qui ont tous deux  $T = 0$ . Aussi le niveau fondamental  $T = 1$  de  ${}^8\text{Li}$  ou  ${}^{12}\text{B}$  doit appartenir à la partition  $[31]$ . Le multiplet  ${}^{33}\text{P}$  de cette partition est sans doute le plus bas. Nous attribuons donc aux niveaux fondamen-

taux de  ${}^8\text{Li}$  et  ${}^{12}\text{B}$  les états respectifs  $[31] {}^{33}\text{P}_2$  et  $[31] {}^{33}\text{P}_1$ . Les autres multiplets de la partition  $[31] {}^{43}\text{P}$  et  ${}^{31}\text{P}$  sont plus haut.

TRANSITIONS  $\beta$  PERMISES ET MÉLANGE DES SUPERMULTIPLIETS. — Une transition  $\beta$  permise ne peut avoir lieu qu'entre niveaux d'une même partition. En effet, une transition  $\beta$  permise est causée soit par l'élément de matrice de Fermi  $\int \mathbf{I}$ , soit par celui de Gamow-Teller  $\int \vec{\sigma}$ . Dans les deux cas, l'opérateur de transition n'agit pas sur les coordonnées d'espace, et ne peut donc changer la partition qui peut être considérée comme représentant le caractère de symétrie de la fonction d'onde d'espace.

Puisque les transitions  $\beta$  ne peuvent avoir lieu qu'entre niveaux d'un même supermultiplet, il faut admettre que les états finaux de la transition  ${}^8\text{Be}$  ou  ${}^{12}\text{C}$  contiennent un peu de supermultiplet  $[31] \text{P}$ . T et J étant de bons nombres quantiques,  $[4] {}^{41}\text{S}_0$  ne peut être mélangé que de  $[31] {}^{43}\text{P}_0$  et  $[4] {}^{41}\text{D}_2$  de  $[31] {}^{43}\text{P}^2$ .

Une force susceptible d'effectuer ces mélanges, au premier ordre de la théorie des perturbations, est forcément linéaire dans les spins : c'est ce qu'on appelle une force vectorielle. En effet, les deux mélanges considérés sont entre un état singulet  $S=0$  et un état triplet  $S=1$ . Seule une force vectorielle a des éléments de matrice non nuls entre de tels états. Les éléments de matrice correspondants d'une force tensorielle seraient nuls.

LES FORCES VECTORIELLES. — Les forces vectorielles qui ont été envisagées dans la structure nucléaire sont de plusieurs types. La plus simple est à la force spin-orbite ordinaire sur chaque nucléon  $i$  :

$$\sum_i a(l_i, s_i). \quad (\text{II.1})$$

L'origine de la force effective (II.1) a fait l'objet de plusieurs études. La force (II.1) pourrait être le résultat global de forces mutuelles spin-orbite (6, 17) pour chaque paire de nucléons  $i, j$  :

$$\sum_{i>j} F_{ij} \equiv \sum_{i>j} f(r_{ij}) (\vec{s}_i + \vec{s}_j) \cdot \vec{L}_{ij} \equiv \sum_{i>j} f(r_{ij}) \frac{(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times (\vec{p}_i - \vec{p}_j)}{2} \cdot (\vec{s}_i + \vec{s}_j). \quad (\text{II.2})$$

On montre facilement qu'un système de forces du type (II.2) entre tous les nucléons est équivalent au système des mêmes forces pour chaque paire de nucléons extérieurs, plus une interaction du type (II.1) entre chaque nucléon extérieur et les couches fermées.

On peut aussi attribuer la force (II.1) à un effet de second ordre des forces tensorielles (voir la troisième partie de ce travail et les références citées). Il est possible que les forces tensorielles créent une interaction effective du type (II.1) entre les nucléons extérieurs et les couches fer-

mées. Les forces tensorielles pourraient également créer entre les paires de nucléons extérieurs des forces vectorielles mettant en jeu plus de deux particules (20), mais nous ne considérerons pas ces forces ici.

Nous supposons donc que les forces vectorielles existant dans le noyau sont une interaction effective du type (II.1) plus, éventuellement, une interaction (II.2) entre les nucléons extérieurs ; (II.2) pourrait d'ailleurs être responsable de l'interaction (II.1), auquel cas (II.1) est calculable en fonction de (II.2).

Tous les calculs sont grandement facilités si les fonctions d'onde à une particule sont les fonctions propres d'un puits oscillateur harmonique  $V(r)$  (66). Tous les éléments de matrice de l'interaction (II.2) s'expriment alors en fonction des intégrales de Talmi de la fonction  $f(r)$  :

$$I_l = \int_0^\infty R_l^2(r) f(r) dr \quad (\text{II.3})$$

où  $R_l(r)$  est  $r$  fois la partie radiale de la première fonction propre de moment angulaire  $l$  d'un puits oscillateur harmonique  $V'(r) = \frac{1}{4} V(r)$ . Ce formalisme se prête bien à l'étude des cas limites : forces à courte portée, pour lesquelles  $I_{l+1} \ll I_l$  ; forces à longue portée pour lesquelles tous les  $I_l$  sont égaux.

Si l'interaction (II.1) provient de (II.2), les valeurs de  $a$  sont (7) : pour un nucléon  $1p$  interagissant avec les 4 nucléons  $1s$  :

$$a = 3I_1, \quad (\text{II.4})$$

pour un trou  $1p$  interagissant avec les 4 nucléons  $1s$  et 12 nucléons  $1p$  :

$$a = -\frac{9}{2} I_1 - \frac{5}{2} I_2. \quad (\text{II.5})$$

Nous allons calculer successivement les éléments de matrice des interactions (II.1) et (II.2).

LES ÉLÉMENTS DE MATRICE DES FORCES SPIN ORBITE. — Les éléments de matrice d'une force à un corps comme (II.1) peuvent se calculer commodément par la méthode des coefficients de parentage fractionnel (16, 59). On trouve ainsi :

$$\langle s^4 p^{\pm 4} [4]^{11} S_0 \mid \sum_{i=1}^4 a(\vec{l}_i, \vec{s}_i) \mid s^4 p^{\pm 4} [31]^{13} P_0 \rangle = -\frac{2\sqrt{6}}{3} a, \quad (\text{II.6})$$

$$\langle s^4 p^{\pm 4} [4]^{11} D_2 \mid \sum_{i=1}^4 a(\vec{l}_i, \vec{s}_i) \mid s^4 p^{\pm 4} [31]^{13} P_2 \rangle = \frac{\sqrt{105}}{15} a. \quad (\text{II.7})$$

De même, les éléments de matrice d'une force à 2 corps comme (II.2)

peuvent se calculer commodément par la méthode des coefficients de parentage fractionnels à 2 particules (16). On trouve ainsi :

$$\langle s^4 p^{\pm 4} [4] {}^{11}\text{S}_0 \mid \sum_{i,j=1}^4 F_{ij} \mid s^4 p^{\pm 4} [31] {}^{13}\text{P}_0 \rangle = -\frac{2\sqrt{6}}{3} I_2, \quad (\text{II } 8)$$

$$\langle s^4 p^{\pm 4} [4] {}^{11}\text{D}_2 \mid \sum_{i,j=1}^4 F_{ij} \mid s^4 p^{\pm 4} [31] {}^{13}\text{P}_2 \rangle = \frac{\sqrt{105}}{15} I_2. \quad (\text{II } 9)$$

Le calcul des mélanges nécessite aussi la connaissance des différences d'énergie  $\Delta E$  entre les termes à mélanger (1). Dans  ${}^8\text{Be}$ , le niveau  $[31] {}^{13}\text{P}_2$  pourrait être à 19,9 MeV ; le niveau  $[4] {}^{11}\text{D}_2$  est à 2,94 MeV : leur différence d'énergie est  $\Delta E = 17$  MeV. Dans  ${}^{12}\text{C}$ , les niveaux  $[31] {}^{13}\text{P}_0$  et  $[31] {}^{13}\text{P}_2$  pourraient être à 17,8 et 17,22 MeV respectivement ; le niveau  $[4] {}^{11}\text{D}_2$  est à 4,43 MeV : les différences d'énergies sont donc  $\Delta E_{\text{sp}} = 17,8$  MeV,  $\Delta E_{\text{dp}} = 12,79$  MeV. Toutes ces attributions ne sont pas certaines, mais les ordres de grandeur des énergies d'excitation doivent être corrects.

Les amplitudes de mélange sont alors données par :

$$x = \frac{\langle F \rangle}{\Delta E} \quad (\text{II } 10)$$

où  $F$  est la somme des interactions supposées (II.1) et éventuellement (II.2).

LES ÉLÉMENTS DE MATRICE DES TRANSITIONS  $\beta$ . — Nous considérons que les transitions  $\beta$  ont lieu vers la partie  $[31] {}^{13}\text{P}$  de l'état final. On doit donc considérer les transitions :

$$[31] {}^{33}\text{P}_2 \rightarrow [31] {}^{13}\text{P}_2 \quad \text{pour} \quad {}^8\text{Li} \rightarrow {}^8\text{Be}^* \quad (\text{II.11a})$$

$$[31] {}^{33}\text{P}_1 \rightarrow [31] {}^{13}\text{P}_0 \quad \text{pour} \quad {}^{12}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C} \quad (\text{II.11b})$$

$$[31] {}^{33}\text{P}_1 \rightarrow [31] {}^{13}\text{P}_2 \quad \text{pour} \quad {}^{12}\text{B} \rightarrow {}^{12}\text{C}^* \quad (\text{II.11c})$$

L'élément de matrice de l'opérateur de Fermi est nul entre états de spins isotopiques totaux différents. Les trois transitions (II.11) sont donc uniquement dues à l'opérateur de Gamow-Teller. On calcule les éléments de matrice de cet opérateur grâce aux coefficients de parentage fractionnel, et on trouve pour les trois transitions les valeurs respectives :

$$\left| \int_{\vec{\sigma}} \right|^2 = \begin{cases} 3 & (\text{II.12a}) \\ 4/3 & (\text{II.12b}) \\ 5/3 & (\text{II.12c}) \end{cases}$$

$ft$  est alors donné par (29) :

$$ft = \frac{1}{|x|^2} \left| \int_{\vec{\sigma}} \right|^2 \quad (\text{II.13})$$

COMPARAISON AVEC L'EXPÉRIENCE. — Pour comparer les prévisions théoriques avec l'expérience, on utilise (II.12) et (II.13) pour déterminer  $|x|^2$  à partir des valeurs expérimentales de  $ft$ . On en déduit ensuite par (II.6, 7, 8, 9, 10) les valeurs de  $a + I_2$  qui conviennent dans chaque cas ; ces résultats sont donnés dans le tableau I.

Si l'interaction (I.1) provient de (II.2) les valeurs de  $a$  sont données par (II.4) et (II.5). Si, par contre, il n'y a pas de forces vectorielles (II.2) pour chaque paire de particules,  $a$  est un paramètre indépendant et  $I_2 = 0$ .

La théorie rend compte correctement du rapport des durées de vie pour les deux transitions  $^{12}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}$  et  $^{12}\text{C}^*$ , puisque ces deux transitions sont explicables par des valeurs voisines de  $a + I_2$ . Par contre, la forme exacte des forces vectorielles n'influe pas sur les résultats. Si seule existe l'interaction (I.1),  $I_2 = 0$ , et la transition vers l'état fondamental de  $^{12}\text{C}$ , de  $ft$  mieux établi que celle vers l'état excité de  $^{12}\text{C}^*$ , fixe  $a \sim 5,3$  MeV. Il en est de même si (I.1) est causé par (I.2) et si la force spin orbite  $f(r)$  est à portée courte devant le rayon nucléaire, car alors  $I_2 \ll I_1$ , donc  $I_2 \ll a$ . Au contraire, si (I.1) est causé par (I.2) et si la force spin orbite  $f(r)$  est à portée longue,  $I_2 = I_1$ , et d'après (II.5),  $a = \frac{7}{8}(a + I_2) \sim 3,7$  MeV. On voit que  $a$  dépend peu du mécanisme. Les valeurs ainsi trouvées pour  $a$  sont de l'ordre de celles qui résultent de l'étude des niveaux d'énergie de  $^{12}\text{C}$  en couplage intermédiaire (36). Ce sont aussi les valeurs à attendre de la séparation  $^2\text{P}_{\frac{1}{2}} - ^2\text{P}_{\frac{3}{2}}$  pour le trou  $1p$  de  $^{15}\text{N}$  ; cette séparation, qui est expérimentalement de 6,3 MeV et théoriquement de  $(3/2)a$ , fixerait  $a \sim 4,2$  MeV.

TABLEAU I

|                                             | $x^2$  | $(a + I_2)$ MeV |
|---------------------------------------------|--------|-----------------|
| $^8\text{Li} \rightarrow ^8\text{Be}^*$     | 0,0040 | — 1,6           |
| $^{12}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}$   | 0,24   | 5,3             |
| $^{12}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}^*$ | 0,051  | 4,4             |

Par contre, l'interprétation de  $^8\text{Li} \rightarrow ^8\text{Be}$  ne semble pas très cohérente avec les résultats de  $^{12}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}$ . Comme le paramètre du puits oscillateur harmonique de  $^{12}\text{Be}$  et  $^{12}\text{C}$  est sensiblement le même, les intégrales  $I_i$  ont des valeurs voisines dans les deux noyaux, et, d'après (II.4) et (II.5), on attendrait pour  $^8\text{Be}$  un  $a + I_2$  égal aux  $-2/3$  de celui de  $^{12}\text{C}$ , soit  $\sim -3,6$  MeV, au lieu du  $-1,6$  MeV déduit du  $ft$

de  $^8\text{Li}$ . Les mécanismes de force spin orbite supposés prévoient donc un rapport :

$$\left| \frac{(a + I_z)(^8\text{Be})}{(a + I_z)(^{12}\text{C})} \right|$$

nettement plus grand que celui suggéré par notre interprétation des durées de vie.

Cet effet, anormalement faible, des forces vectorielles dans  $^8\text{Be}$  est peut-être à rapprocher de la séparation, également anormalement faible, du doublet  $^2\text{P}_{\frac{1}{2}} - ^2\text{P}_{\frac{3}{2}}$  dans  $^7\text{Li}$  ou  $^7\text{Be}$  (1, 4). Il semble donc que les forces vectorielles (I.1) et (I.2) prévoient des résultats quantitativement incorrects pour  $A = 7$  ou 8. Il est possible que les fonctions d'onde de ces noyaux soient sensiblement mélangées de celles d'un modèle à particules  $\alpha$  (36). On peut aussi se demander si des forces vectorielles plus compliquées, résultant par exemple d'effets du 2<sup>e</sup> ordre des forces tensorielles plus complexes que l'effet possible (I.1), ne contribueraient pas à résoudre ces difficultés (20, 21, 49, 72).

Qualitativement, soulignons encore que l'existence d'une force vectorielle effective semble nécessaire pour réaliser le mélange calculé de 5 à 25 o/o entre les supermultiplets et qu'une force tensorielle, au premier ordre, ne saurait assurer ce mélange.

### III. — Les forces tensorielles et le mélange des supermultiplets.

LES FORCES TENSORIELLES AU 2<sup>e</sup> ORDRE. — Nous avons obtenu au chapitre II une interprétation qualitativement acceptable du mélange des supermultiplets par des forces vectorielles. Nous avons vu également que, au premier ordre de la théorie des perturbations, les forces tensorielles ne sauraient assurer le mélange.

*A priori*, au 2<sup>e</sup> ordre de la théorie des perturbations, les forces tensorielles peuvent jouer un rôle. Nous avons admis la possibilité qu'elles soient responsables de l'interaction (I.1). Les théories qui ont été bâties en ce sens font intervenir comme états intermédiaires pour la perturbation du 2<sup>e</sup> ordre des configurations excitées jusqu'à des énergies très hautes (centaines de MeV). Nous montrons dans le présent chapitre, sur le cas particulier de  $^{12}\text{B}$  et  $^{12}\text{C}$ , que, dans le cadre d'une théorie ne contenant que des forces tensorielles, l'intervention de configurations élevées ne semble pas pouvoir être évitée.

En effet, nous allons calculer le mélange de supermultiplets ne mettant en jeu que les états intermédiaires les plus bas possibles, et nous montrerons que le mélange ainsi obtenu par les forces tensorielles est beaucoup trop faible pour rendre compte de la durée de vie  $\beta$  de  $^{12}\text{B}$ .

LES BAS NIVEAUX MÉLANGÉS PAR LES FORCES TENSORIELLES. — Nous considérons la transition  $^{12}\text{B} \rightarrow ^{12}\text{C}$ . Les états initiaux et finaux

contiennent les composantes dominantes respectives  $p^{-4} [31] {}^{33}\text{P}_1$  et  $p^{-4} [4] {}^{11}\text{S}_0$ . Il n'y a que deux processus du 2<sup>e</sup> ordre possibles à l'intérieur de configuration  $p^{-4}$  :

a) La force tensorielle mélange au 2<sup>e</sup> ordre à l'état fondamental  $p^{-4} [4] {}^{11}\text{S}_0$  de  ${}^{12}\text{C}$  l'état  $p^{-4} [31] {}^{13}\text{P}_0$ , *via* l'état  $p^{-4} [22] {}^{15}\text{D}_0$ . La transition a alors lieu depuis l'état  $p^{-4} [31] {}^{33}\text{P}_1$  de  ${}^{12}\text{B}$  vers la composante  $p^{-4} [31] {}^{13}\text{P}_0$  du fondamental de  ${}^{12}\text{C}$  (fig. 5).

b) La force tensorielle mélange à l'état fondamental  $p^{-4} [4] {}^{11}\text{S}_0$  de  ${}^{12}\text{C}$  l'état  $p^{-4} [22] {}^{15}\text{D}_0$  et à l'état fondamental  $p^{-4} [31] {}^{33}\text{P}_1$  de  ${}^{12}\text{B}$

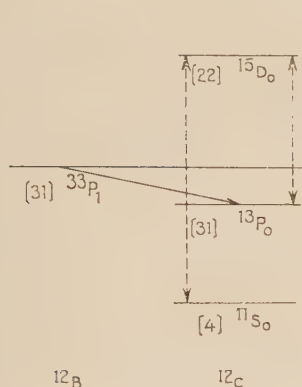


Fig. 5.

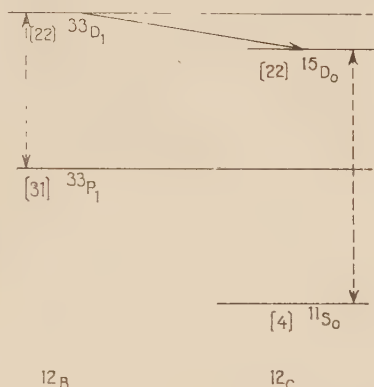


Fig. 6.

l'état  $p^{-4} [22] {}^{33}\text{D}_1$ . La transition  $\beta$  a alors lieu depuis la composante  $p^{-4} [22] {}^{33}\text{D}_1$  vers la composante  $p^{-4} [22] {}^{15}\text{D}_0$  (fig. 6).

Nous considérons une force tensorielle :

$$T = \sum_{i>j} f(r_{ij}) S_{ij}$$

où :

$$f(r) S_{12} = f(r) \left[ \frac{3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \right] \quad (\text{III.1})$$

dont les intégrales de Talmi  $I_l$  sont définies par (II.3) pour la fonction  $f(r)$ . Nous calculons les éléments de matrice entre les états mis en jeu dans a) et b) par la méthode des coefficients de parentage fractionnels  $\langle n | n-2 \rangle$ . Nous nous ramenons ainsi aux éléments de matrice de (III.1) entre des configurations de deux particules, éléments

qui sont eux-mêmes exprimables au moyen des intégrales de Talmi. On trouve ainsi :

$$\langle p^4 [4] {}^{11}\text{S}_0 \mid \text{T} \mid p^4 [22] {}^{15}\text{D}_0 \rangle = \frac{7}{5} \text{I}_1 - \text{I}_2 \quad (\text{III.2})$$

$$\langle p^4 [31] {}^{13}\text{P}_0 \mid \text{T} \mid p^4 [22] {}^{15}\text{D}_0 \rangle = \frac{3\sqrt{6}}{10} \text{I}_1 - \sqrt{6} \text{I}_2 \quad (\text{III.3})$$

$$\langle p^4 [31] {}^{33}\text{P}_1 \mid \text{T} \mid p^4 [22] {}^{33}\text{D}_1 \rangle = \frac{\sqrt{210}}{28} \text{I}_2. \quad (\text{III.4})$$

Ces résultats resteraient les mêmes pour une dépendance d'échange  $\frac{1+\text{Pr}}{2}$  de la force tensorielle (III.1).

Dans le processus *a*), l'amplitude du mélange est, par (III.2) et (III.3) :

$$x = \frac{((7/5)\text{I}_1 - \text{I}_2)((3\sqrt{6}/10)\text{I}_1 - (\sqrt{6}/10)\text{I}_2)}{(\text{E}_{\text{D}_0} - \text{E}_{\text{S}_0})(\text{E}_{\text{P}_0} - \text{E}_{\text{D}_1})} \quad (\text{III.5})$$

où les E sont les énergies des niveaux mis en jeu S, P, D de  ${}^{12}\text{C}$ .

De même, dans le processus *b*), le produit des amplitudes de mélange est :

$$x = \frac{(\sqrt{210}/28)\text{I}_2((7/5)\text{I}_1 - \text{I}_2)}{(\text{E}_{\text{P}_0} - \text{E}_{\text{S}_0})(\text{E}_{\text{D}_1} - \text{E}_{\text{P}_1})}. \quad (\text{III.6})$$

L'interaction  $\beta$  dans les processus *a*) ou *b*) est uniquement due à l'opérateur de Gamow-Teller dont l'élément de matrice est, dans les deux cas, calculé par la méthode des coefficients de parentage fractionnel :

$$\left| \int \vec{\sigma} \right|^2 = \frac{4}{3}. \quad (\text{III.7})$$

La valeur de  $ft$  devrait encore être donnée par (II.13).

RÉSULTATS NUMÉRIQUES. — D'après la théorie des supermultiplets et les résultats expérimentaux nous pouvons estimer les dénominateurs d'énergie de (III.5) et (III.6) à

$$\text{E}_{\text{D}_0} - \text{E}_{\text{S}_1} \approx 27 \text{ MeV} \quad \text{E}_{\text{D}_0} - \text{E}_{\text{P}_0} \approx \text{E}_{\text{D}_1} - \text{E}_{\text{P}_1} \approx 9 \text{ MeV}.$$

Nous prenons pour force tensorielle (III.1) le potentiel de Pease et Feshbach (57), pour lequel on calcule :

$$\text{I}_1 \approx 2,7 \text{ MeV} \quad \text{I}_2 \approx 1,3 \text{ MeV}.$$

On trouve alors le processus *a*) :

$$|x|^2 \approx 2,9 \cdot 10^{-4}$$

et pour le processus *b*) :

$$|x|^2 \approx 0,47 \cdot 10^{-4}.$$

Nous avons vu dans le tableau I que la valeur  $ft$  s'explique par un mélange :

$$|x|^2 \approx 0,24.$$

Nous pouvons donc conclure que les effets de 2<sup>e</sup> ordre des forces tensorielles à l'intérieur de la configuration  $p^{-4}$  sont parfaitement négligeables et ne sauraient expliquer le mélange des supermultiplets ; ce qui nous confirme dans l'idée qu'il faut admettre l'existence de forces effectives de type vectoriel.

#### IV. — $^{12}\text{B}$ et $^{12}\text{C}$ en couplage $j-j$ .

Nous avons jusqu'à présent travaillé, avec un certain succès, dans la théorie des supermultiplets (couplage LS). Nous allons brièvement montrer ce qu'on pourrait attendre en couplage  $j-j$  ; nous constaterons un désaccord total avec l'expérience ce qui nous confirmera que les fonctions d'onde réelles sont plus proches de celles du couplage LS.

En couplage  $j-j$ , les configurations les plus basses pour  $A=12$  seraient  $p_{3/2}^4$  et  $p_{3/2}^2 p_{1/2}^2$ . La configuration  $p_{3/2}^4$  se compose d'un seul état,  $T=0$ ,  $J=0$ , qui serait le niveau fondamental de  $^{12}\text{C}$ . Il faudrait alors expliquer pourquoi le premier niveau excité de  $^{12}\text{C}$ , qui appartiendrait à la configuration  $p_{3/2}^2 p_{1/2}^2$ , se trouve à 4.43 MeV du fondamental, alors que les autres niveaux de cette configuration sont à plus de 17 MeV d'excitation. Nous avons donc calculé les déplacements de niveaux dus aux éléments diagonaux d'une force centrale :

$$(1 \text{ ou } P \text{ ou } Q \text{ ou } -PQ)f(r) \quad (\text{IV. 1})$$

où  $P$  et  $Q$  sont respectivement les opérateurs d'échange d'espace et de spin ; on a également calculé les déplacements dus à une force tenseur (III. 1).

Les énergies sont seulement données à une constante additive près car le calcul a été fait pour des trous, et on n'a pas gardé l'énergie d'interaction, toujours la même, des trous  $p$  avec les couches fermées  $s$  et  $p$ , ou des couches fermées entre elles. Les énergies sont exprimées en fonction des intégrales de Talmi  $I_l$  de la fonction  $f(r)$ . Pour la force centrale, ces intégrales sont reliées aux intégrales  $F$  de Slater (11,66) par :

$$I_1 = F_0 - 5F_2, \quad I_0 + I_2 = 2F_0 + F_2.$$

Les résultats sont donnés dans le tableau II ; pour les forces centrales, on a donné les expressions à la fois en fonction des intégrales de Talmi et de celles de Slater.

Les déplacements de niveaux sont de l'ordre de quelques MeV au maximum et ne peuvent rendre compte des spectres de  $^{12}\text{B}$  et  $^{12}\text{C}$ , et en

TABLEAU II

| Configuration       | Force centrale |   |                                                               |                                                                                       |                                                                                    | Force tenseur                                              |
|---------------------|----------------|---|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
|                     | T              | J | I                                                             | P                                                                                     | Q                                                                                  |                                                            |
| $p_1^8 \frac{1}{2}$ | 0              |   | $\frac{5}{2}(I_0 + I_2) + I_1$<br>$6F_0$                      | $\frac{5}{2}(I_0 + I_2) - \frac{13}{3}I_1$<br>$\frac{2}{3}F_0 + \frac{80}{3}F_2$      | $\frac{8}{3}I_2$<br>$\frac{8}{3}F_0 - \frac{40}{3}F_2$                             | 0<br>0                                                     |
|                     | 1              | 2 | $\frac{25}{12}(I_0 + I_2) + \frac{11}{6}I_1$<br>$6F_0 - 5F_2$ | $\frac{25}{12}(I_0 + I_2) - \frac{7}{2}I_1$<br>$\frac{2}{3}F_0 + \frac{65}{3}F_2$     | $-\frac{1}{3}(I_0 + I_2) + \frac{8}{3}I_1$<br>$2F_0 - 14F_2$                       | $\frac{1}{3}(I_0 + I_2) + \frac{4}{3}I_1$<br>$2F_0 - 6F_2$ |
| $p_3^7 \frac{1}{2}$ | 1              | 1 | $\frac{25}{12}(I_0 + I_2) + \frac{11}{6}I_1$<br>$6F_0 - 5F_2$ | $\frac{25}{12}(I_0 + I_2) - \frac{79}{18}I_1$<br>$-\frac{2}{9}F_0 + \frac{235}{9}F_2$ | $\frac{22}{9}I_1$<br>$\frac{22}{9}F_0 - \frac{110}{9}F_2$                          | $2I_1$<br>$2F_0 - 10F_2$                                   |
|                     | 0              | 2 | $\frac{11}{4}(I_0 + I_2) + \frac{1}{2}I_1$<br>$6F_0 + 3F_2$   | $\frac{11}{4}(I_0 + I_2) - \frac{7}{2}I_1$<br>$2F_0 + 23F_2$                          | $\frac{1}{2}(I_0 + I_2) + I_1$<br>$2F_0 - 4F_2$                                    | $-\frac{1}{2}(I_0 + I_2) + I_1$<br>$-6F_2$                 |
|                     | 0              | 1 | $\frac{25}{12}(I_0 + I_2) + \frac{11}{6}I_1$<br>$6F_0 - 5F_2$ | $\frac{25}{12}(I_0 + I_2) - \frac{71}{18}I_1$<br>$\frac{2}{9}F_0 + \frac{215}{9}F_2$  | $\frac{5}{6}(I_0 + I_2) + \frac{23}{9}I_1$<br>$\frac{38}{9}F_0 - \frac{100}{9}F_2$ | $-\frac{5}{6}(I_0 + I_2) + \frac{5}{3}I_1$<br>$-10F_2$     |

particulier de la grande séparation entre le premier niveau excité ( $T=0, J=2$ ) de  $^{12}\text{C}$  et le niveau fondamental ( $T=1, J=1$ ) de  $^{12}\text{B}$ .

Les éléments de matrice des transitions  $\beta$  sont :

$$^{12}\text{B}(p_{3/2}^7 p_{1/2}, T=1, J=1) \rightarrow ^{12}\text{C}(p_{3/2}^8, T=0, J=0) \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 = 16/9,$$

$$^{12}\text{B}(p_{3/2}^7 p_{1/2}, T=1, J=1) \rightarrow ^{12}\text{C}(p_{3/2}^7 p_{1/2}, T=0, J=2) \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 = 5/9.$$

Les durées de vie  $\beta$  qui en résultent sont beaucoup trop courtes.

Le couplage  $j-j$  fournit donc une description beaucoup moins bonne que le couplage LS pour  $^{12}\text{B}$  et  $^{12}\text{C}$ .

## V. — *Conclusions.*

Nous avons montré par l'absurde dans le chapitre IV que  $^{12}\text{B}$  et  $^{12}\text{C}$  sont beaucoup mieux décrits par le modèle des couches à couplage LS (supermultiplets) que par le couplage  $j-j$ .

Nous avons montré par l'absurde dans le chapitre III que les forces tensorielles, à l'intérieur de la configuration  $p^4$ , ne peuvent aucunement expliquer le mélange de supermultiplets qui est indiqué par la durée de vie  $\beta$  de  $^{12}\text{B}$ .

Par contre, il ressort du chapitre II que ces forces de caractère vectoriel spin-orbite dont la forme précise n'importe d'ailleurs pas, expliquent convenablement les durées de vie de  $^{12}\text{B}$  et  $^8\text{Li}$ . Il reste naturellement possible que ces forces soient un effet du 2<sup>e</sup> ordre, *via* des configurations éloignées, des forces tensorielles.

## TROISIÈME PARTIE

### L'interaction spin-orbite et les forces tensorielles.

#### I. — *Introduction.*

La présence d'un terme spin-orbite du genre  $\vec{l} \cdot \vec{s}$  dans l'interaction nucléon-noyau est une hypothèse extrêmement fructueuse. A basse énergie, et en particulier pour les nucléons liés, l'interaction spin-orbite joue un rôle considérable dans l'explication de la structure nucléaire par le modèle des couches (32, 54). Dans les formulations les plus simples de ce modèle, une forte interaction spin-orbite est nécessaire pour donner lieu au couplage  $j-j$ , qui permet de rendre compte des spins et parités des niveaux fondamentaux de nombreux noyaux, et

d'expliquer les nombres magiques. Dans des formulations plus raffinées du modèle, l'emploi simultané d'une interaction spin-orbite nucléon-noyau et de forces centrales entre les nucléons donne lieu à un couplage intermédiaire, spécialement dans les noyaux légers : on a ainsi pu expliquer semi-quantitativement les propriétés statiques des niveaux fondamentaux et excités de divers noyaux légers (1, 15, 25, 46, 47, 60) (spins, parités, énergies, moments magnétiques, moments quadropolaires) ; on a pu aussi rendre compte de probabilités de transition  $\beta$  ou  $\gamma$  (l'étude de la deuxième partie de ce travail sur la désintégration  $\beta$  de  $^{12}\text{B}$  et  $^8\text{Li}$  en est un exemple).

A haute énergie, la polarisation des nucléons diffusés par les noyaux (8, 9, 12, 52, 56) a également pu être expliquée par l'hypothèse d'un terme spin-orbite dans le potentiel optique (22, 34, 50, 63, 64).

L'explication de l'interaction spin-orbite nucléon-noyau a été cherchée dans plusieurs directions ;

1° Par analogie avec les atomes, on a voulu voir dans l'interaction spin-orbite un effet relativiste lié à la précession d'une particule à spin, en mouvement dans un potentiel non uniforme (6, 37). Dans le cas nucléaire, l'effet ainsi prédit, quoique du bon signe, est d'un ordre de grandeur dix fois plus faible que l'effet observé. Certains auteurs ont cru pouvoir obtenir un effet plus grand par l'introduction d'une masse réduite (42) pour les nucléons, mais, en fait, cette correction ne semble pas devoir être importante (44).

2° L'idée la plus simple est alors de chercher à expliquer l'interaction spin-orbite nucléon-noyau à partir des forces à deux corps entre les nucléons. Nous n'avons pas de preuves que ces forces soient encore les mêmes au sein de la matière nucléaire, ou que des forces à 3 corps et plus n'interviennent. Mais c'est au moins une hypothèse de travail séduisante que de chercher à savoir ce qu'on peut expliquer dans les noyaux complexes à partir de l'interaction nucléon-nucléon. Il est facile d'obtenir un terme spin-orbite nucléon-noyau si on postule entre deux nucléons  $i$  et  $j$  une interaction mutuelle spin-orbite (17, 35) :

$$(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times (\vec{p}_i - \vec{p}_j)(\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j) \quad (\text{I.1})$$

où  $\vec{r}_i$ ,  $\vec{p}_i$ ,  $\vec{\sigma}_i$  sont respectivement la position, le moment, le spin du  $i^{\text{ème}}$  nucléon. Il y a d'ailleurs des indications en faveur de l'existence d'un tel terme dans l'interaction nucléon-nucléon (28, 45, 51, 62), mais la question reste ouverte.

3° On a par contre la certitude qu'il existe entre les nucléons des forces non centrales du type tensoriel, nécessaires pour expliquer le

moment quadrupolaire du deuton, et pouvant éventuellement jouer directement un rôle dans la structure des noyaux complexes (l'étude de la première partie de ce travail sur la désintégration  $\beta$  de  $^{14}\text{C}$  en est un exemple). La forme la plus souvent considérée est la force tensorielle indépendante des vitesses :

$$\frac{3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{r})}{r^3} - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)u(r) \quad (\text{I.2})$$

qui ne dépend que de la distance relative  $\vec{r}$  des nucléons et de leurs spins  $\vec{\sigma}_1$  et  $\vec{\sigma}_2$ . Le plus simple est donc de commencer par voir ce qu'on peut expliquer avec seulement des forces centrales et tensorielles indépendantes des vitesses, sans idées préconçues, et en revenant en cas d'échec à des idées plus compliquées telles que 2°.

C'est ce problème de la possibilité d'obtenir une force nucléon-noyau spin-orbite à partir de forces nucléon-nucléon centrales et tensorielles qui fait l'objet du présent travail.

Cette question a été posée par Feingold et Wigner (20, 21, 49, 72) dans le cas particulier des configurations les plus basses de  $^6\text{Li}$  et  $^7\text{Li}$ . Les énergies et moments magnétiques calculés sont en assez bon accord avec l'expérience. Le calcul n'a été effectué que pour quelques configurations simples.

Un traitement plus général, adapté aux noyaux moyens et lourds, appelle naturellement des méthodes statistiques. Un calcul en ce sens a été tenté par Keilson (43), mais des approximations peu justifiées et quelques erreurs algébriques (44) dans ce travail incitaient à la reprendre par des méthodes plus puissantes.

Ces méthodes plus puissantes ont été fournies par les travaux de Brueckner et de ses collaborateurs, dont une revue est due à Bethe (3). La méthode de Brueckner a été appliquée indépendamment de nous au problème du potentiel spin-orbite par L. S. Kisslinger (44). Malheureusement les conclusions de ce dernier sur les forces tensorielles sont invalidées par un certain nombre d'erreurs et d'omissions.

Nous nous proposons ici d'appliquer des méthodes inspirées de celles de Brueckner à la détermination du potentiel spin-orbite entre un nucléon et un noyau complexe justifiables de méthodes statistiques. Après un résumé de la méthode de Brueckner (§ II), nous exposerons le principe de son application au problème du potentiel spin-orbite (§ III). On trouvera ensuite le calcul effectif du potentiel pour le « dernier » nucléon lié (§ IV), une discussion des résultats obtenus en liaison avec la structure de la surface nucléaire (§ V), la relation des résultats à la forme de la matrice de réaction (§ VI), le potentiel à haute énergie (§ VII) et enfin nos conclusions (§ VIII).

## II. — La méthode de Brueckner.

La méthode de Brueckner comporte plusieurs variantes. Nous exposons ici le schéma d'une version particulière qui sera utilisée dans la suite. Le problème posé est de déterminer l'énergie d'un système de fermions en interaction forte, tel un noyau atomique.

Nous présenterons ici le procédé employé comme une modification (fondamentale d'ailleurs) de la méthode plus familière de Hartree-Fock. Dans la méthode de Hartree-Fock, on cherche à déterminer un potentiel moyen « self-consistant »  $V$  dont les états propres sont  $|n_i\rangle$ . L'énergie de la particule dans l'état  $n_i$  est alors :

$$E(n_i) = \langle n_i | T_i | n_i \rangle + \langle n_i | V | n_i \rangle. \quad (\text{II.1})$$

La condition de self-consistance est que ce potentiel moyen  $V$  soit effectivement la résultante des interactions  $v_{ij}$  directes et d'échange de la particule  $i$  avec toutes les autres :

$$\langle n_i | V | n_i \rangle = \sum_j \langle n_i n_j | v_{ij} | n_i n_j \rangle - \langle n_j n_i | v_{ij} | n_i n_j \rangle \quad (\text{II.2})$$

la résolution simultanée des équations (II.1) et (II.2) doit permettre de déterminer  $V$ , les fonctions  $|n_i\rangle$  et  $E(n_i)$ .

Cette méthode de Hartree-Fock est approchée, en ce sens qu'elle ne traite les interactions  $v_{ij}$  qu'en valeur moyenne, négligeant leurs fluctuations qui pourraient être fondamentales si ces interactions sont fortes, comme dans un noyau.

L'idée de Brueckner est de traiter plus correctement l'interaction de chaque paire de nucléons, le rôle des autres nucléons étant encore représenté par un potentiel moyen, ainsi que par des corrélations statistiques. Si deux nucléons, dans un potentiel moyen  $V$  où leurs états sont  $|n_i\rangle$  et  $|n_j\rangle$ , interagissent par un terme  $v_{ij}$ , c'est seulement au premier ordre de la théorie des perturbations que leur énergie mutuelle est :

$$\langle n_i n_j | v_{ij} | n_i n_j \rangle - \langle n_j n_i | v_{ij} | n_i n_j \rangle. \quad (\text{II.3})$$

En fait, la valeur exacte de l'énergie mutuelle s'obtient en remplaçant  $v_{ij}$  par la matrice de réaction  $t_{ij}$ . Cette matrice peut être considérée comme l'itération de (II.3) à tous les ordres de la théorie des perturbations et obéit à l'équation intégrale :

$$\left. \begin{aligned} \langle n'_i n'_j | t_{ij} | n_i n_j \rangle &= \langle n'_i n'_j | v_{ij} | n_i n_j \rangle \\ &+ \sum_{n''_i n''_j} \langle n'_i n'_j | v_{ij} | n''_i n''_j \rangle \frac{1}{E_{n_i} + E_{n_j} - E_{n''_i} - E_{n''_j}} \langle n''_i n''_j | t_{ij} | n_i n_j \rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.4})$$

où  $E_{n_i}$  est l'énergie cinétique et potentielle de l'état  $|n_i\rangle$  dans le potentiel moyen  $V$ .

La sommation exclut le pôle  $E_{n_i'} + E_{n_j'} = E_{n_i} + E_{n_j}$ , c'est-à-dire exige l'emploi de la partie principale de la somme. Cette règle est appropriée à la recherche d'un état stationnaire. Une intégrale contournant le pôle donnerait non plus la matrice de réaction mais la matrice de collision. Si le potentiel moyen  $V$  est dû aux autres nucléons, la théorie de Brueckner demande que la sommation de (II.4) ne porte que sur les états non occupés, c'est-à-dire qu'il faut tenir compte du principe de Pauli dans les états intermédiaires, remplaçant la matrice  $t_{ij}$  par  $\theta_{ij}$  qui obéit à une équation analogue mais dans laquelle la sommation sur les états intermédiaires exclut les états occupés.

Le rôle du principe de Pauli est souvent très important. En particulier, si l'interaction  $v_{ij}$  n'est pas trop singulière, le développement en série de Born converge beaucoup plus vite, ce qui redonne une base plus satisfaisante aux procédés usuels de développements de perturbations qu'on pourra donc souvent utiliser malgré la grande force de l'interaction  $v_{ij}$ . On peut alors calculer un potentiel moyen  $V$  par l'équation (II.2) modifiée en :

$$\langle n_i | V | n_i \rangle = \sum_{j \neq i} \langle n_i n_j | \theta_{ij} | n_i n_j \rangle - \langle n_j n_i | \theta_{ij} | n_i n_j \rangle. \quad (\text{II.5})$$

### III. — Application au problème du potentiel spin-orbite.

GÉNÉRALITÉS. — Le potentiel moyen (et en particulier le terme spin-orbite) auquel est soumis le nucléon lié  $i$  au sein de la matière nucléaire s'obtient par (II.4) si l'on connaît les fonctions d'onde  $|n_j\rangle$  des autres nucléons et la matrice de réaction modifiée  $\theta_{ij}$ . Si l'on s'intéresse à la diffusion d'un nucléon par un potentiel optique moyen,  $\theta_{ij}$  doit être remplacée par l'amplitude de diffusion correspondante.

Dans le problème de la polarisation de nucléons diffusés à haute énergie, on a pu espérer que l'amplitude de diffusion serait peu modifiée par les corrélations statistiques des autres nucléons, et serait bien représentée par l'amplitude de diffusion du problème à deux corps (voir toutefois le § VI). Cette amplitude peut comporter entre autres termes autorisés par les conditions d'invariance (73), un terme de la forme :

$$i(\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j) \cdot (\vec{k}' \times \vec{k}) F(\vec{k}', \vec{k}) \quad (\text{III.1})$$

où  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$  sont les moments relatifs initial et final. Fernbach, Heckrotte et Lepore (23) ont montré formellement qu'un terme de la forme (III.1) engendre  $\vec{l} \cdot \vec{s}$  dans le potentiel optique. La polarisation produite dans les collisions nucléon-nucléon, proton-deuton, proton-

particule  $\alpha$ , a été effectivement calculée par Tamor (67), qui a pris une amplitude de diffusion calculée à partir de potentiels nucléon-nucléon centraux plus tenseurs ; la force tensorielle choisie était singulière en  $1/r^2$  et coupée. Les résultats de Tamor sont en accord qualitatif avec l'expérience. Le potentiel spin-orbite qui résulte de (III.1) a été explicitement calculé par Bell et Skyrme (2) à partir d'une amplitude de diffusion phénoménologique appropriée au problème à deux corps, également avec succès. Ces derniers auteurs ont même appliqué cette amplitude phénoménologique non modifiée extrapolée vers les basses énergies au problème d'un nucléon lié et ont obtenu un accord convenable avec l'expérience. Kisslinger a fait un travail analogue pour les états liés avec une amplitude de diffusion quelque peu différente.

ENONCÉ DU PROBLÈME. — Le problème que nous nous posons ici est de calculer le terme  $\vec{l} \cdot \vec{s}$  du potentiel moyen à partir des forces tenseurs, sans introduire d'amplitude de diffusion phénoménologique, mais en calculant comme intermédiaire une matrice de réaction modifiée  $\theta_{ij}$ . Nous verrons d'ailleurs que les modifications introduites par l'emploi de  $\theta_{ij}$  au lieu de  $t_{ij}$ , c'est-à-dire le rôle joué par le principe de Pauli dans les états intermédiaires, sont importants.

Il nous faut un modèle simple permettant le calcul des fonctions d'onde  $|n_j\rangle$  et de la matrice de réaction modifiée  $\theta_{ij}$ . Il serait séduisant de prendre simplement des ondes planes pour les états  $|n_j\rangle$ . Malheureusement, dans cette approximation trop sévère, qui est celle de la matière nucléaire indéfinie, il ne peut y avoir de potentiel spin-orbite pour des raisons simples d'invariance par translation, faute d'un point privilégié par rapport auquel on puisse définir le moment angulaire  $l_i$ . Il faut tenir compte de la densité variable, autrement dit, le potentiel spin-orbite est un effet de surface. Nous employons donc l'approximation de Thomas-Fermi : les fonctions d'onde constituent au voisinage de chaque point un gaz de Fermi de moment de Fermi local  $f$  ; la densité  $\rho$ , proportionnelle à  $f^3$ , varie de point en point, mais est supposée à symétrie sphérique. Les états de spin et spin isotopique sont tous également peuplés. La matrice de collision  $\theta_{ij}$  sera calculée en chaque point par (II.6) comme au sein d'un gaz de Fermi ayant la densité locale de ce point.

En fait, le calcul de  $\theta_{ij}$  se fera en développant (II.6) en série de Born et en ne gardant que le premier terme non nul linéaire dans les spins à savoir la deuxième approximation de Born. La première approximation de Born n'est autre que (II.3).  $v_{ij}$  ne dépend des spins que par le terme tensoriel (I.2), et les états de spins opposés étant également occupés, le terme qui dépend des spins dans (II.2) est nul. Un terme dépendant des spins et donnant une contribution non nulle quand on somme sur  $j$  doit être linéaire dans les spins, et ne peut être obtenu qu'à partir de la deuxième approximation de Born. Un potentiel spin-

orbite provenant des forces tensorielles est un effet du deuxième ordre.

Au deuxième ordre, seul le terme qui contient deux fois le potentiel tensoriel peut donner un terme linéaire dans les spins. Il suffit donc de garder dans  $v_{ij}$  la force tenseur. La force centrale n'interviendra pas à notre approximation.

CONSIDÉRATIONS DE SPINS ET CHARGES. — Nous définissons un état d'une particule  $|n_i\rangle$  de façon plus détaillée par  $|\psi_i \alpha_i\rangle$ , où  $\psi_i$  spécifie l'état spatial,  $\alpha_i$  l'état de spin et de spin isotopique. L'énergie mutuelle des particules  $i$  et  $j$ , antisymétrisée est :

$$\langle n_i n_j | \theta_{ij} | n_i n_j \rangle - \langle n_j n_i | \theta_{ij} | n_i n_j \rangle = \left\{ \begin{aligned} &\langle \psi_i \alpha_i \psi_j \alpha_j | \theta_{ij} | \psi_i \alpha_i \psi_j \alpha_j \rangle \\ &- \langle \psi_j \alpha_j \psi_i \alpha_i | \theta_{ij} | \psi_i \alpha_i \psi_j \alpha_j \rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.2})$$

$\theta_{ij}$  est linéaire dans les spins et peut dépendre du spin isotopique :

$$\langle \psi_i \psi_j | \theta_{ij} | \psi_i \psi_j \rangle = [\alpha + \beta(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j)](\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j) \cdot \langle \psi_i \psi_j | \vec{A} | \psi_i \psi_j \rangle \quad (\text{III.3})$$

où  $\vec{A}$  n'agit que sur les variables d'espace.

(III.2) sera ultérieurement sommée sur tous les états  $\alpha_j$  possibles, et, ces derniers étant supposés également occupés, sa contribution sera la même que celle de :

$$\langle \alpha_i \cdot \vec{\sigma}_i | \alpha_i \rangle [\alpha \langle \psi_i \psi_j | \vec{A} | \psi_i \psi_j \rangle - \frac{1}{2}(\alpha + 3\beta) \langle \psi_i \psi_j | \vec{A} | \psi_i \psi_j \rangle]. \quad (\text{III.4})$$

Si la force tensorielle est de la forme :

$$v_{ij} = [1 - \chi + \chi(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j)] S_{ij} u(r) \quad (\text{III.5})$$

avec :

$$S_{ij} = 3 \left( \vec{\sigma}_1 \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) \left( \vec{\sigma}_2 \cdot \frac{\vec{r}}{r} \right) - (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \quad \vec{r} = \vec{r}_i - \vec{r}_j$$

le terme du deuxième ordre de (II.4) dépendra des spins isotopiques comme :

$$[1 - \chi + \chi(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j)]^2 = 1 - 2\chi + 4\chi^2 + 2\chi(1 - 2\chi)(\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j)$$

en sorte que, d'après (III.4), il faut retenir les termes :

$$\left\{ \begin{aligned} &\langle n_i n_j | \theta_{ij} | n_i n_j \rangle - \langle n_j n_i | \theta_{ij} | n_i n_j \rangle \\ &= \langle \alpha_i | \vec{\sigma}_i | \alpha_i \rangle \cdot [(1 - 2\chi + 4\chi^2) \langle \psi_i \psi_j | \vec{A} | \psi_i \psi_j \rangle \\ &- \left( \frac{1}{2} - 2\chi - 4\chi^2 \right) \langle \psi_i \psi_j | \vec{A} | \psi_i \psi_j \rangle] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.6})$$

où  $\vec{\sigma}_i \cdot \vec{A}$  est la partie linéaire en  $\vec{\sigma}_i$  de :

$$\Theta_{ij} = \sum_{\substack{n_i'' n_j'' \\ \text{non occupés}}} u S_{ij} | n_i'' n_j'' \rangle \frac{1}{E_{n_i} + E_{n_j} - E_{n_i''} - E_{n_j''}} \langle n_i'' n_j'' | u S_{ij}. \quad (\text{III.7})$$

CALCUL FORMEL DE LA MATRICE DE RÉACTION MODIFIÉE — Nous nous plaçons dans l'espace des impulsions. A notre approximation, toutes les fonctions d'onde sont des ondes planes au voisinage du point considéré et nous écrivons la deuxième approximation de Born (III.8) :

$$\left. \begin{aligned} \langle k'_i k'_j | \Theta_{ij} | k_i k_j \rangle &= \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{2M}{\hbar^2} \int_{q_i > f} d^3 q_i d^3 q_j \langle k'_i k'_j | u S_{ij} | q_i q_j \rangle \\ &\quad \frac{1}{k_i^2 + k_j^2 - q_i^2 - q_j^2} \langle q_i q_j | u S_{ij} | k_i k_j \rangle \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.8})$$

$\vec{k}_i$  et  $\vec{k}_j$  sont des impulsions initiales des nucléons  $i$  et  $j$ ,  $\vec{k}'_i$  et  $\vec{k}'_j$  leurs impulsions finales,  $M$  la masse d'un nucléon. La sommation porte sur toutes les impulsions intermédiaires  $\vec{q}_i$  et  $\vec{q}_j$  autorisées par le principe de Pauli. Si le dénominateur est susceptible de s'annuler, on obtient la matrice de réaction en prenant la partie principale  $P$  et l'amplitude de diffusion en ajoutant au dénominateur une petite partie imaginaire  $+i\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ). Il faut noter que, à cette approximation, à cause de la relation :

$$\frac{1}{x + i\varepsilon} = P \frac{1}{x} - i\pi\delta(x) \quad (\text{III.9})$$

la matrice de réaction est la partie réelle de l'amplitude de diffusion, et que ces deux grandeurs se confondent si le dénominateur ne peut s'annuler, c'est-à-dire si  $k_i, k_j < f$ .

Il est commode de travailler avec les coordonnées :

$$\left. \begin{aligned} \vec{q}_i - \vec{q}_j &= 2\vec{q} & \vec{k}_i - \vec{k}_j &= 2\vec{k} & \vec{k}'_i - \vec{k}'_j &= 2\vec{k}' \\ \vec{q}_i + \vec{q}_j &= \vec{Q} & \vec{k}_i + \vec{k}_j &= \vec{K} & \vec{k}'_i + \vec{k}'_j &= \vec{K}' \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.10})$$

Alors :

$$\langle \vec{q}_i \vec{q}_j | u S_{ij} | \vec{k}_i \vec{k}_j \rangle = (2\pi)^3 \delta(\vec{K} - \vec{Q}) \tilde{v}(\vec{k} - \vec{q}) \quad (\text{III.11})$$

où :

$$\tilde{v}(\vec{k}) = \int \mathbf{e}^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} u(r) S_{ij} d^3 r. \quad (\text{III.12})$$

On explicite aisément la dépendance angulaire de (III.12) qui s'écrit :

$$\tilde{v}(\vec{k}) = \tilde{u}(k) S_{ij}(\vec{k}) \quad (\text{III.13})$$

avec :

$$\tilde{u}(\vec{k}) = -4\pi \int_0^\infty j_2(kr) u(r) r^2 dr \quad (\text{III.14})$$

$j_2(kr)$  est une fonction de Bessel sphérique (40).

En portant (III.11) et (III.13) dans (III.8) on obtient :

$$\langle \vec{k}'_i \vec{k}'_j | \Theta_{ij} | \vec{k}_i \vec{k}_j \rangle = \frac{M}{\hbar^2} \delta(\vec{K}' - \vec{K}) \int_{\Omega} d^3q S_{ij}(\vec{k}' - \vec{q}) S_{ij}(\vec{q} - \vec{k}) \left\{ \frac{\tilde{u}(|\vec{k}' - \vec{q}|) \tilde{u}(|\vec{q} - \vec{k}|)}{k^2 - q^2} \right\} \quad (\text{III.15})$$

Le domaine d'intégration  $\Omega$  est fixé par les conditions :

$$\left| \frac{\vec{K}}{2} \pm \vec{q} \right| > f \quad (\text{III.16})$$

en sorte que (III.15) ne dépend pas seulement des impulsions relatives  $\vec{k}$  et  $\vec{k}'$  comme dans le problème à deux corps, mais aussi de l'impulsion  $\vec{K}$  du centre de masse des deux nucléons.  $\vec{K}$  est d'ailleurs conservé :

$$\vec{k}'_i + \vec{k}'_j = \vec{k}_i + \vec{k}_j. \quad (\text{III.17})$$

Le produit des opérateurs tensoriels de (III.15) donne une partie linéaire dans les spins :

$$S_{ij}(\hat{k}') S_{ij}(\hat{k}) = 9i(\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j) \cdot (\vec{k}' \times \vec{k}) \frac{\vec{k}' \cdot \vec{k}}{k'^2 k^2} + \dots \quad (\text{III.18})$$

en sorte que l'opérateur  $\vec{A}$  de (III.6) s'écrit par (III.7), (III.15) et (III.18) :

$$\langle \vec{k}'_i \vec{k}'_j | \vec{A} | \vec{k}_i \vec{k}_j \rangle = \frac{9Mi}{\hbar^2} \delta(\vec{K}' - \vec{K}) \left\{ \int_{\Omega(\vec{K})} d^3q (\vec{k}' - \vec{q}) \times (\vec{k} - \vec{q}) \frac{\tilde{u}(|\vec{k}' - \vec{q}|) \tilde{u}(|\vec{k} - \vec{q}|)}{k'^2 - q^2} \frac{\tilde{u}(|\vec{k}' - \vec{q}|) \tilde{u}(|\vec{k} - \vec{q}|)}{|\vec{k}' - \vec{q}|^2 |\vec{k} - \vec{q}|^2} \right\} \quad (\text{III.19})$$

L'intégrale de (III.22) est un pseudo-vecteur qui dépend de  $\vec{k}$ ,  $\vec{k}'$  et  $\vec{K}$ , ou, si l'on préfère, de  $\vec{k}_i$ ,  $\vec{k}_j$ ,  $\vec{k}'_i$ ,  $\vec{k}'_j$ . Ce pseudo-vecteur n'est donc *pas* porté en général par  $\vec{k}' \times \vec{k}$  comme dans l'amplitude non modifiée (III.1).

CALCUL FORMEL DU TERME SPIN-ORbite. — Le potentiel spin-orbite  $\vec{\sigma} \cdot \vec{V}$  auquel est soumis le nucléon  $i$  est donné par (III.6) qui permet d'écrire dans l'espace des impulsions :

$$\begin{aligned} & \langle \vec{k}' | \vec{V} | \vec{k}_i \rangle \\ &= 4 \sum_{\psi_j} \frac{1}{(2\pi)^6} d^3k'_j d^3k_j \tilde{\psi}_j^*(\vec{k}'_j) (1 - 2\chi + 4\chi^2) \langle \vec{k}'_j | \vec{A} | \vec{k}_j \rangle \\ & - \left( \frac{1}{2} + 2\chi - 4\chi^2 \right) \langle \vec{k}'_j | \vec{A} | \vec{k}_i \vec{k}_j \rangle \tilde{\psi}_j^*(\vec{k}'_j). \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Les fonctions  $\tilde{\psi}(\vec{k})$  sont les transformées de Fourier des fonctions d'onde  $\psi(\vec{r})$  de l'espace des coordonnées.

Nous allons évaluer les deux termes « direct » et « d'échange » de (III.20) en montrant que, à l'approximation de notre modèle, ils mettent en jeu les amplitudes de réaction  $\vec{A}$  aux petits angles et aux grands angles respectivement. En effet :

$$4 \sum_{\psi_j} \tilde{\psi}_j^*(\vec{k}_j') \tilde{\psi}_j(\vec{k}_j) = \int d^3 r_j' \int d^3 r_j e^{+i\vec{k}_j' \cdot \vec{r}_j' - i\vec{k}_j \cdot \vec{r}_j} 4 \sum_{\psi_j} \psi_j^*(\vec{r}_j') \psi_j(\vec{r}_j). \quad (\text{III.21})$$

La quantité  $4 \sum_{\psi_j} \psi_j^*(\vec{r}_j') \psi_j(\vec{r}_j)$  est une fonction de corrélations. Pour  $\vec{r}_j' = \vec{r}_j$  c'est la densité  $\rho(\vec{r}_j')$ . A l'approximation de Thomas-Fermi de notre modèle, pour  $\vec{r}_j' \neq \vec{r}_j$  la fonction de corrélations est la même que pour un gaz de Fermi de densité  $\rho(\vec{r}_j')$ , c'est-à-dire :

$$4 \sum_{\psi_j} \psi_j^*(\vec{r}_j') \psi_j(\vec{r}_j) = \rho(\vec{r}_j') \frac{3}{4\pi f^3} \int_{\kappa < f} e^{-i\vec{k} \cdot (\vec{r}_j' - \vec{r}_j)} d^3 \kappa, \quad (\text{III.22})$$

où le moment de Fermi  $f$  est lui-même une fonction de  $\vec{r}_j'$ . En posant :

$$\vec{r}_j' - \vec{r}_j = \vec{s} \quad \vec{k}_j' - \vec{k}_j = \vec{g}, \quad (\text{III.23})$$

(III.20) s'écrit :

$$\left\langle \vec{k}_i \mid \vec{V} \mid \vec{k}_i \right\rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3 g \int d^3 r_j' e^{+i\vec{g} \cdot \vec{r}_j'} \rho(\vec{r}_j') \frac{3}{4\pi f^3(\vec{r}_j')} \left\{ \int_{\kappa < f} d^3 k_j \left\{ (1 - 2\chi + 4\chi^2) \left\langle \vec{k}_i, \vec{k}_j + \vec{g} \mid \vec{A} \mid \vec{k}_i, \vec{k}_j \right\rangle - \left( \frac{1}{2} + 2\chi - 4\chi^2 \right) \left\langle \vec{k}_j + \vec{g}, \vec{k}_i \mid \vec{A} \mid \vec{k}_i, \vec{k}_j \right\rangle \right\} \right\} \quad (\text{III.24})$$

Si dans (III.24) on développe les éléments de matrice de  $\vec{A}$  en puissances successives de  $\vec{g}$ , on fait apparaître des dérivées successives de la densité  $\rho$ . Nous faisons ici l'approximation de ne pas aller au-delà de la dérivée première en  $\rho$ , autrement dit de ne pousser le développement que jusqu'au terme linéaire en  $\vec{g}$ . Cette approximation est cohérente avec celles que nous avons déjà faites : puisque le potentiel spin-orbite est nul dans un noyau infini à densité constante nous cherchons l'effet d'un gradient de densité sans nous préoccuper des détails plus fins de la structure. D'un autre point de vue, développer en puissances de  $\vec{g}$ , c'est-à-dire considérer les éléments de matrice de  $\vec{A}$  pour  $\vec{g}$  faible, revient à considérer seulement l'amplitude de

réaction pour les diffusions aux petits angles et aux angles voisins de  $\pi$  pour les deux termes de (III.24) respectivement. Là aussi il s'agit de l'approximation qui suit immédiatement celle de la matière nucléaire infinie, où l'énergie dépend seulement des éléments de  $\vec{A}$  strictement aux angles 0 et  $\pi$ .

Ici la contribution de  $\vec{g}=0$  est nulle, comme on peut le voir en faisant  $\vec{k}' = \pm \vec{k}$  dans (III.19). Il faut pousser jusqu'au terme suivant, c'est-à-dire étudier le comportement de (III.19) au voisinage de  $\vec{k}' = \pm \vec{k}$ . D'après (III.10) (III.17) et (III.23)

$$\vec{k}' - \vec{k} = -\vec{g}, \quad (\text{III.25})$$

en sorte que, pour  $\vec{g}$  faible (III.19) donne :

$$\langle \vec{k}_i, \vec{k}_j + \vec{g} | A | \vec{k}_i \vec{k}_j \rangle = \frac{9Mi}{\hbar^2} \delta(\vec{k}_i - \vec{k}_j + \vec{g}) \int_{\Omega} d^3q \vec{B}_0 \quad (\text{III.26})$$

où :

$$\vec{B}_0 = \vec{g} \times (\vec{q} - \vec{k}) \frac{1}{k^2 - q^2} \frac{[u(|\vec{q} - \vec{k}|)]^2}{|\vec{q} - \vec{k}|^2}. \quad (\text{III.27})$$

En fait le calcul de (III.24) n'exige pas la connaissance de  $\int_{\Omega} d^3q \vec{B}_0$  lui-même mais seulement de son intégrale sur  $\vec{k}_j$ . Cette expression intégrée sur  $\vec{k}_j$  est un pseudo-vecteur constant avec  $\vec{g}$  et  $\vec{k}_i$  seulement, et est donc de la forme :

$$\frac{3}{4\pi f^3(r_j)} \int_{k_j < f} d^3k_j \int_{\Omega} d^3q \vec{B}_0 = -\vec{g} \times \vec{k}_i C_0(k, f). \quad (\text{III.28})$$

De même, on peut calculer le terme d'échange dans (III.24). Ce terme s'obtient en remplaçant dans (III.15)  $\vec{k}'$  par  $-\vec{k} + \vec{g}$ , ce qui donne au premier ordre en  $\vec{g}$  :

$$\langle k_i + g, k'_i | A | k_i k_j \rangle = \frac{9Mi}{\hbar^2} \delta(\vec{k}'_i - \vec{k}_i + \vec{g}) \int_{\Omega} d^3q \vec{B}_1. \quad (\text{III.29})$$

où :

$$\left. \begin{aligned} \vec{B}_1 = & \frac{\tilde{u}(|\vec{q} - \vec{k}|)}{|\vec{q} - \vec{k}|^2} \vec{g} \times (\vec{q} - \vec{k}) \frac{\tilde{u}(|\vec{q} + \vec{k}|)}{|\vec{q} + \vec{k}|^2} \\ & - \frac{1}{k^2 - q^2} [2\vec{k} \times (\vec{q} - \vec{k})][\vec{g} \cdot (\vec{q} - \vec{k})] \frac{\tilde{u}(|\vec{q} + \vec{k}|)}{|\vec{q} + \vec{k}|^2} \\ & + [2\vec{k} \times (\vec{q} - \vec{k})][\vec{g} \cdot (\vec{q} + \vec{k})] \frac{1}{|\vec{k} + \vec{q}|^2} \frac{2}{|\vec{q} + \vec{k}|} \frac{\tilde{u}(|\vec{q} + \vec{k}|)}{|\vec{q} + \vec{k}|^2} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.30})$$

Ici encore nous avons seulement besoin de l'intégrale de  $\int d^3q B_1$  sur  $\vec{k}_j$ , intégrale qui est un pseudo-vecteur construit seulement sur  $\vec{g}$  et  $\vec{k}_i$ , linéaire en  $\vec{g}$  et donc de la forme :

$$\frac{3}{4\pi f^3(r_j)} \int_{k_j < f} d^3k_j \int d^3q B_1 = -\vec{g} \times \vec{k}_i C_1(k_i, f). \quad (\text{III.31})$$

En portant (III.26), (III.28), (III.29) et (III.31) dans (III.24) il vient :

$$\langle \vec{k}_i | \vec{V} | \vec{k}_i \rangle = \int d^3r_i e^{-i\vec{k}_i \cdot \vec{r}_i + i\vec{k}_i \cdot \vec{r}_i} a(k_i; f(r_i)) \frac{1}{r_i} \frac{\partial \phi(r_i)}{\partial r_i} \vec{r}_i \times \vec{k}_i \quad (\text{III.32})$$

où on a changé la variable d'intégration  $\vec{r}_j$  en  $\vec{r}_i$  et où :

$$a(k_i; f(r_i)) = \frac{9M}{\hbar^2(2\pi)^3} \left\{ \left[ (1 - 2\chi + 4\chi^2) C_0(k_i; f(r_i)) - \left( \frac{1}{2} + 2\chi - 4\chi^2 \right) C_1(k_i; f(r_i)) \right] \right\} \quad (\text{III.33})$$

(III.32) indique donc que le nucléon  $i$  est soumis à un potentiel spin-orbite dépendant de l'énergie :

$$a(k_i; f(r_i)) \frac{1}{r_i} \frac{\partial \phi(r_i)}{\partial r_i} (\vec{l}_i \cdot \vec{\sigma}_i). \quad (\text{III.34})$$

Ce potentiel est en général non local à cause du terme  $k_i$ . Cependant, pour un nucléon dans la fonction d'onde duquel prédomine une valeur déterminée de  $k_i$ , ce dernier peut être considéré comme une constante et (III.34) est un potentiel spin-orbite de la forme habituelle. En particulier, si  $i$  est le « dernier » nucléon lié, on prendra simplement  $k_i = f(r_i)$ . Si  $i$  est un nucléon diffusé à haute énergie,  $(\hbar^2 k_i^2 / 2M)$  sera son énergie cinétique dans le potentiel nucléaire moyen.

Le calcul effectif de l'interaction (III.34) est maintenant ramené à l'évaluation des intégrales (III.28) et (III.31).

#### IV. — Le calcul des intégrales pour un nucléon lié.

GÉNÉRALITÉS. — Le potentiel spin-orbite (III.34) s'exprime par une intégrale directe (III.28) et une intégrale d'échange (III.31). Le calcul de ces intégrales est considérablement compliqué par l'intervention du principe de Pauli dans les états intermédiaires, qui fait apparaître le domaine compliqué  $\Omega$  défini par (III.16). Il est avantageux de ne pas calculer explicitement la matrice de réaction à deux corps définie par la sommation  $\int d^3q, \dots$ , mais de calculer directement l'intégrale  $\int d^3k_j \int d^3q, \dots$ , en mettant à profit les conditions d'invariance qui fixent la forme (III.28) ou (III.31) du résultat.

CALCUL DE L'INTÉGRALE DIRECTE. — La méthode que nous avons mise en jeu ramène l'intégrale directe (III 28) à une intégrale simple :

$$\begin{aligned} a_d(f, f) &= \frac{9M}{8\pi^3\hbar^2} (1 - 2\chi + 4\chi^2) C_0(f, f) \\ &= 36(1 - 2\chi + 4\chi^2) \frac{V_0^2}{Mc^2} \left(\frac{Mc}{\hbar}\right)^2 \frac{1}{f^3} \int_0^\infty \Phi(x) [\tilde{y}(x/\alpha)]^2 dx \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{9M}{8\pi^3\hbar^2}} \right\} \quad (\text{IV.1})$$

où la fonction  $\Phi(x)$  ne dépend pas de l'interaction  $\tilde{u}$  et où :

$$\tilde{y}(x/\alpha) = -\frac{\mu^3}{4\pi V_0} \tilde{u}(x) \quad (\text{IV.2})$$

avec :

$$\alpha = \mu/2f. \quad (\text{IV.3})$$

L'intégrale est donc une fonction du rapport du moment de Fermi  $f$  au moment caractéristique  $\mu$  du potentiel.

En effet, nous pouvons prendre pour variables le moment  $\vec{k}_j$  du nucléon  $j$  et le transfert de moment  $\vec{z} = \vec{q} - \vec{k}$ . Nous évaluons l'intégrale sur  $\vec{k}_j$  d'abord, en tenant compte des limitations imposées par (III.16). On a :

$$\vec{k}_i C_0(k_i, f) = \frac{3}{4\pi f^3} \int_{|\vec{z} + \vec{k}_i| > f} d^3z \int_{\substack{\vec{k}_j < f \\ |\vec{k}_j - \vec{z}| > f}} d^3k_j \frac{\vec{z}}{z^2 + (\vec{k}_i - \vec{k}_j) \cdot \vec{z}} \left[ \frac{\tilde{u}(\vec{z})}{z} \right]^2. \quad (\text{IV.4})$$

L'intégrale en  $\vec{k}_j$  peut se calculer ; on prend  $\vec{z}$  pour axe polaire. On trouve :

$$\int_{\substack{\vec{k}_j < f \\ |\vec{k}_j - \vec{z}| > f}} \frac{d^3k_j}{z^2 + (\vec{k}_i - \vec{k}_j) \cdot \vec{z}} = \varphi(\vec{z}, \vec{k}_i, f)$$

avec :

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{z}, \vec{k}_i, f) &= \frac{\pi}{z^3} \left\{ [(\vec{k}_i \cdot \vec{z})^2 - f^2 z^2] \operatorname{Log} \frac{\vec{k}_i \cdot \vec{z} + fz}{\vec{k}_i \cdot \vec{z} + fz + z^2} \right. \\ &\quad + z^2 [2\vec{k}_i \cdot \vec{z} + z^2] \operatorname{Log} \frac{2\vec{k}_i \cdot \vec{z} + z^2}{2(\vec{k}_i \cdot \vec{z} + fz + z^2)} \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} z^2 (2\vec{k}_i \cdot \vec{z} + 2fz + z^2) \right\} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\frac{\pi}{z^3}} \right\} \quad (\text{IV.5})$$

si  $z \leq 2f$

$$\begin{aligned} \varphi(\vec{z}, \vec{k}_i, f) &= \frac{\pi}{z^3} \left\{ [(\vec{k}_i \cdot \vec{z})^2 + 2z^2(\vec{k}_i \cdot \vec{z}) + z^4 - f^2 z^2] \operatorname{Log} \frac{\vec{k}_i \cdot \vec{z} + z^2 - fz}{\vec{k}_i \cdot \vec{z} + z^2 + fz} \right. \\ &\quad \left. + 2fz[\vec{k}_i \cdot \vec{z} + z^2] \right\} \end{aligned}$$

si  $z \geq 2f$ .

On peut alors évaluer l'intégrale angulaire en  $\vec{z}$  en introduisant de nouvelles subdivisions de l'intervalle de variation de  $z$ . Dans le cas où  $i$  est le « dernier » nucléon lié,  $k_i = f$ . On pose :

$$x = \frac{z}{2f}. \quad (\text{IV.6})$$

La fonction  $\Phi(x)$  de (IV.1) est alors :

$$\left. \begin{aligned} \Phi(x) &= \frac{3}{8} (1-x^2)^2 \operatorname{Log} \frac{x+1}{x-1} \\ &+ 2x(x+1)^2(x-2) \operatorname{Log} 2 + \frac{1}{4} x(-2x^3-3x^2+12x+13) \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.7})$$

si  $x < 1$

$$\Phi(x) = 2x(x-1)^2(x+2) \operatorname{Log} (x-1) + 2x(x+1)^2(x-2) \operatorname{Log} (x+1) + 4x^2(-x^2+3) \operatorname{Log} x + 2x^2+3,$$

si  $x > 1$ .

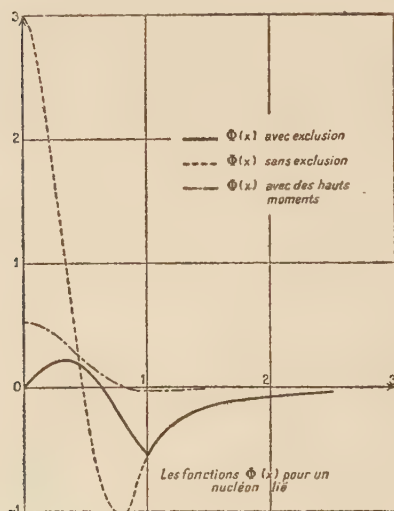


Fig. 7.

La fonction  $\Phi(x)$  est représentée sur la figure 7. On voit qu'elle change de signe, en sorte que l'intégrale (IV.1) est susceptible d'être fortement réduite par la compensation de contributions de signes opposés.

Pour nous rendre compte de l'importance du principe de Pauli dans les états intermédiaires, nous avons regardé ce que devient  $\Phi(x)$  quand on néglige le principe de Pauli dans les états intermédiaires.  $\Phi(x)$  a alors pour toutes valeurs de  $x$  la deuxième expression analytique de (IV.7) et a été représenté en pointillé sur la figure 7.

L'évaluation précise de (IV.1) demande la connaissance de la transformée de Bessel (III.16) du potentiel. Nous avons considéré plusieurs interactions (IV.2), choisies soit pour leur forme classique, soit pour la simplicité de leurs transformées de Bessel.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad u(r) &= V_0 e^{-\mu r} & \tilde{y}(t) &= \frac{3}{t^3} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} t - \frac{5t^2+3}{t^2(t^2+1)^2} \quad t = \frac{x}{\alpha} \\
 (b) \quad u(r) &= V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r} & \tilde{y}(t) &= -\frac{3}{t^3} \operatorname{Arc} \operatorname{tg} t + \frac{2t^2+3}{t^2(t^2+1)} \\
 (c) \quad u(r) &= V_0 \left(1 + \frac{1}{\mu r}\right) e^{-\mu r} & \tilde{y}(t) &= \frac{2t^2}{(t^2+1)^2} \\
 (d) \quad u(r) &= V_0 \left(\frac{1}{\mu r} + \frac{3}{\mu^2 r^2} + \frac{3}{\mu^3 r^3}\right) e^{-\mu r} & \tilde{y}(t) &= \frac{t^2}{t^2+1} \\
 (e) \quad u(r) &= V_0 r^2 \mu^2 e^{-\frac{1}{2}\mu^2 r^2} & \tilde{y}(t) &= \sqrt{\frac{\pi}{2}} t^2 e^{-\frac{1}{2}t^2}
 \end{aligned} \tag{IV.8}$$

On peut alors évaluer numériquement l'intégrale (IV.1).

Il faut noter que le potentiel (IV.8.d) (qui est la force tensorielle du 2<sup>e</sup> ordre de la théorie du méson sans aucune coupure) est hautement singulier à l'origine ; aussi ce potentiel n'a été considéré qu'à titre indicatif, car il n'est certainement pas justifiable de l'approximation de Born, même au sein de la matière nucléaire.

**CALCUL DE L'INTÉGRALE D'ÉCHANGE.** — Nous n'avons pas de méthode universelle comparable à la précédente pour évaluer l'intégrale d'échange (III.31), et nous nous sommes contentés de traiter le cas particulier où la forme du potentiel tensoriel est (IV.8.e).

Quelle que soit la forme de la force tensorielle, on peut d'abord réduire (III.31), dont l'intégrand (III.30) est un tenseur du 2<sup>e</sup> ordre en  $\vec{q}$  et  $\vec{k}$ , à une intégrale scalaire en  $\vec{q}$  et  $\vec{k}$  (Appendice A.1). Pour la force particulière (IV.8.e), on a :

$$\begin{aligned}
 C_1(k_i, f) &= \frac{3}{4\pi^3} \frac{8}{k_i^2} \frac{8\pi^3 V_0^2}{\mu^{10}} \int_{|\vec{2k}-\vec{k}_i| < f} d^3k \int_{|\vec{\pm q}-\frac{\vec{k}}{2}| > f} d^3q e^{-(q^2+k^2)/\mu^2} \\
 &\quad \left\{ \vec{k}_i \cdot \vec{k} + \left[ \frac{1}{k^2 - q^2} + \frac{1}{\mu^2} \right] (\vec{k}_i \cdot \vec{q})(\vec{k} \cdot \vec{q}) - (\vec{k}_i \cdot \vec{k})q^2 \right\} \tag{IV.9}
 \end{aligned}$$

Le calcul de  $C_1$  est particulièrement compliqué, mais sans difficultés de principe. Nous évaluons cette intégrale pour  $k_i = f$  en nous inspirant des méthodes d'Euler (41). On trouve ainsi :

$$\begin{aligned}
 a_e(f, f) &= -\left(\frac{1}{2} + 2\chi - 4\chi^2\right) \frac{9M}{8\pi^3 \hbar^2} C_1(f, f) \\
 &= 54\pi \left(-\frac{1}{2} - 2\chi + 4\chi^2\right) \frac{V_0^2}{Mc^2} \left(\frac{Mc}{\hbar}\right)^2 \frac{f^3}{\mu^{10}} \mathfrak{N}\left(\frac{f^2}{\mu^2}\right) \tag{IV.10}
 \end{aligned}$$

$\mathfrak{N}\left(\frac{f^2}{\mu^2}\right)$  est une intégrale numérique, décrite dans l'Appendice (A.II), qui est fonction du rapport du moment de Fermi  $f$  au moment caractéristique  $\mu$  du potentiel.

### V. — Discussion numérique des résultats pour un nucléon lié.

LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX. — Vu la grande sensibilité de nos calculs aux divers paramètres, nous comparons nos résultats à l'expérience en nous donnant une valeur expérimentale raisonnable pour le potentiel spin-orbite, et en voyant si ce dernier peut être reproduit par nos calculs avec un choix de paramètres acceptables.

Pour un nucléon lié, l'action du terme (III.40) produit le potentiel spin-orbite bien connu du modèle des couches. L'étude expérimentale de certains niveaux d'énergie permet d'évaluer une valeur moyenne du terme (III.40), d'où l'on peut remonter à une « valeur moyenne »  $\bar{a}$  du coefficient  $a(f(r_i); f(r_i))$ . Cette analyse dépend naturellement des hypothèses sur la partie radiale de la fonction d'onde du nucléon  $i$ , sur la densité de matière nucléaire  $\rho(r_i)$ , et sur la forme précise de la fonction  $a(r_i)$ , en sorte qu'on ne peut guère obtenir plus qu'un ordre de grandeur pour  $\bar{a}$ . L'étude de noyaux composés de couches fermées plus ou moins un nucléon est particulièrement utile dans cette analyse. On interprète au mieux les données des noyaux légers  $^{15}\text{O}$  et  $^{17}\text{N}$  avec  $\bar{a} \approx 70 \text{ MeV } (10^{-13} \text{ cm})^5$  (2). Notre théorie s'applique essentiellement aux noyaux lourds mais on interprète également les données relatives aux noyaux voisins de  $^{208}\text{Pb}$  avec  $\bar{a} \approx 57$  (en supposant un rayon nucléaire de  $1,2 A^{1/3} \times 10^{-13} \text{ cm}$ ). La structure en « doublets inversés » du modèle des couches exige que  $\bar{a}$  soit positif, car  $d\rho/dr$  est vraisemblablement négatif dans la surface nucléaire.

LE TERME DIRECT. — L'intégrant de (IV.1) est le produit d'une fonction  $\Phi(x)$  (fig. 7) qui présente un changement de signe, par la fonction toujours positive  $[\tilde{y}(x/\alpha)]^2$  dont l'allure schématique est donnée par la figure 8. Il en résulte que la grandeur et même le signe de  $C_0(f; f)$  sont particulièrement sensibles à la valeur exacte des paramètres. Cependant, nous allons voir que, à cause de la compensation entre les deux régions de  $\Phi(x)$ ,  $|C_0|$  sera toujours petit et donnera à  $a$  une contribution d'un ordre de grandeur trop faible pour reproduire les résultats expérimentaux.

En effet,  $C_0$  contribuera dans le « bon » sens s'il est positif.  $\Phi(x)$  est positif pour les petites valeurs de  $x$ . Le cas le plus « favorable » pour obtenir  $C_0$  positif et assez grand par (IV.1) sera celui où la transformée de Bessel  $\tilde{y}(x/\alpha)$  contient surtout des petits moments  $x$ ; c'est-à-dire que la force tensorielle  $u/r$  doit être régulière et à longue portée.

En fait, le signe de l'intégrale est gouverné par la valeur du rapport  $\frac{u}{2f}$ . Nous obtiendrons une limite supérieure du coefficient  $C_0$  en

prenant  $f$  le plus grand possible. Dans l'approximation de Thomas-Fermi,  $f$  dépend de la densité locale par :

$$f = \left( \frac{3u^2}{2} \rho \right)^{1/3}. \quad (\text{V.1})$$

Donc, dans l'expression de la surface nucléaire,  $f$  sera plus petit que la valeur correspondant à un noyau uniforme (Voir toutefois § 3). Nous obtiendrons une limite supérieure de  $C_0$  en prenant d'abord la valeur de  $f$  correspondant à un noyau uniforme de rayon  $1,2 \text{ A}^{1/3} \times 10^{13} \text{ cm}$ , ce qui donne  $f = 1,27 \times 10^{13} \text{ cm}^{-1}$ .

Le tableau III montre le terme direct de  $a$  (IV.1) calculé pour les potentiels (IV.8.  $a, b, d, e$ ). Les paramètres des potentiels  $V_0, \mu, \chi$ , ont d'abord été choisis pour reproduire des potentiels de la littérature.

Le potentiel exponentiel ( $a$ ) est celui de Jastrow (41) :

$$\frac{1}{\mu} = 0,75 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad V_0 = 50,8 \text{ MeV} \quad \chi = 0,875.$$

Le potentiel de Yukawa ( $b$ ) est celui de Hall et Powell (31) :

$$\frac{1}{\mu} = 1,529 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad V_0 = 8,11 \text{ MeV} \quad \chi = 1,29.$$

Le potentiel de la théorie du méson ( $d$ ) est celui de M. Lévy (53), dont on a supprimé le cœur dur :

$$\frac{1}{\mu} = 1,40 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad V_0 = 1,13 \text{ MeV} \quad \chi = 1.$$

Le potentiel ( $e$ ) n'existe pas dans la littérature, mais, nul à l'origine, il ressemble au potentiel tensoriel calculé numériquement par Gartenhaus (27), et nous ajustons les constantes de façon à reproduire approximativement ce potentiel :

$$\frac{1}{\mu} = 0,557 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad V_0 = 46,2 \text{ MeV} \quad \chi = 1.$$

Tous ces potentiels sont encore à trop courte portée (en d'autres termes, contiennent encore trop de hauts moments), et donnent une contribution  $a_d$  à  $a$  qui est négative donc du « mauvais signe ». Nous avons également dans le tableau III calculé  $a_d$  en négligeant le principe de Pauli dans les états intermédiaires, afin de nous rendre compte de son importance. Nous voyons que l'effet du principe de Pauli est de diminuer  $|a_d|$  sans influencer en général sur son signe.

Le signe de  $a_d$  est celui de l'intégrale (IV.1), et nous pouvons espérer obtenir le « bon signe », positif, en augmentant suffisamment le rapport  $f/\mu$ , soit en augmentant  $1/\mu$ , soit en augmentant  $f$ .

Nous avons d'abord recalculé  $a_d$  dans le tableau III en augmentant quelque peu la portée  $1/\mu$  du potentiel. On arrive ainsi à rendre l'intégrale positive et, de plus, la présence du facteur  $1/\mu^6$  dans (IV.1)

TABLEAU III

| Potentiels            | $1/\mu$<br>en $10^{-13}$ cm | $V_0$<br>en MeV | $f$ en $10^{13}$ cm $^{-1}$ | $\chi$         | Nucleon lié                       |                   |                       |                   | Nucleon de 300 MeV                   |                   |
|-----------------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|----------------|-----------------------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|--------------------------------------|-------------------|
|                       |                             |                 |                             |                | $ad$ en MeV ( $10^{-13}$ cm) $^5$ |                   |                       |                   | $ae$<br>en MeV ( $10^{-13}$ cm) $^5$ |                   |
|                       |                             |                 |                             |                | avec<br>exclusion                 | sans<br>exclusion | avec<br>hauts moments | avec<br>exclusion | sans<br>exclusion                    | sans<br>exclusion |
| (a)<br>Exponentiel    | 0,75<br>0,984               | 50,8<br>22,6    | 1,27<br>1,27 <sub>1</sub>   | 0,875<br>0,875 | — 4<br>5                          | — 18<br>19        | 15<br>18              | —                 | 19-127<br>15-116                     | 28-130<br>28-118  |
|                       |                             |                 |                             |                | < 1<br>3<br>40                    | — 13<br>29<br>380 | 8<br>10<br>110        | —                 | 7-19<br>6-15                         | 13-110<br>14-16   |
| (d)<br>Mésique        | 1,40<br>+ $\infty$          | 1,13            | 1,27                        | 1<br>1         | — 9<br>< 0                        | — 12<br>< 0       | — 3<br>< 0            | —                 | — 4-17<br>— 3-18                     | —                 |
| (e)<br>« Gartenhaus » | 0,557<br>0,788              | 46,2<br>17      | 1,27<br>1,27                | 1<br>1         | — 26<br>— 13                      | — 50<br>— 29      | — 2<br>5              | — 5,7<br>— 92     | 6-114                                | 8-115             |

$ad$  est la partie « directe » du coefficient de l'interaction spin-orbite, calculée.

$ae$  est la partie « d'échange », calculée.

La valeur expérimentale est  $a = ad + ae + 70$  MeV ( $10^{-13}$  cm) $^5$ .

contribuerait à accroître la grandeur de  $a_d$ . Malheureusement, une force tensorielle raisonnable, rendant compte en particulier des propriétés du deuton, voit sa grandeur  $V_0$  décroître très vite quand sa portée  $1/\mu$  augmente. Or (IV.1) contient  $V_0^2$  en facteur. Nous avons estimé la variation de  $V_0$  avec  $1/\mu$  pour le potentiel de Yukawa (*b*) d'après les calculs de Feshbach et Schwinger (8), et pour les autres interactions nous avons fait varier quelque peu arbitrairement  $V_0$  dans le même rapport. On voit dans le tableau III que, si on arrive à rendre  $a_d$  positif, ce dernier reste trop faible d'un ordre de grandeur, sauf pour une portée de potentiel considérable, difficile à admettre (\*).

Le moment de Fermi  $f$  dans la surface a déjà été surestimé par rapport à sa valeur dans l'approximation de Thomas-Fermi. Une étude d'autres modèles pour la surface nucléaire va maintenant nous montrer qu'on ne peut aller beaucoup plus loin dans cette voie.

**LA STRUCTURE DE LA SURFACE NUCLÉAIRE.** — Pour augmenter  $C_0$  et partant  $a$ , nous avons vu qu'il faut introduire un moment de Fermi  $f$  aussi élevé que possible dans la surface nucléaire. Au § précédent, nous avons pris  $f$  dans la surface nucléaire égal à sa valeur dans les régions de pleine densité, le surestimant déjà par rapport à sa valeur (V.1) dans l'approximation de Thomas-Fermi.

L'approximation de Thomas-Fermi est à la base de notre méthode de calcul d'une matrice de réaction modifiée  $g_{ij}$  en chaque point, et il n'est guère cohérent de s'affranchir ici seulement de cette approximation. Cependant, à titre indicatif, nous pouvons essayer d'autres descriptions de la surface, pour tenter d'augmenter suffisamment  $f$ . Nous allons voir d'ailleurs que ce sera vain.

Le moment de Fermi local apparaît dans nos calculs par la fonction de corrélation (III.22). Nous avons alors évalué cette fonction dans le modèle de Thomas-Fermi, mais, plus généralement, cette fonction de corrélation est reliée à l'énergie cinétique par nucléon. Si on appelle  $(2M/\hbar^2)t_x$  la densité d'énergie cinétique relative aux déplacements le long de  $Ox$  :

$$t_x(r'_j) = -4 \sum_{\psi_j} \psi_j^*(\vec{r}_j) \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \psi_j(\vec{r}_j), \quad (\text{V.2})$$

on voit que la fonction de corrélation s'écrit, au premier ordre, en  $\vec{r}_j - \vec{r}_j$  :

(\*) En fait, une force tensorielle récemment proposée (26) a une portée encore plus courte ( $1/\mu = 1,362 \cdot 10^{-13}$  cm pour les états pairs ;  $1/\mu = 0,893 \cdot 10^{-13}$  cm pour les états impairs) que celle de Hall et Powell.

$$4 \sum \psi_j^*(\vec{r}_j') \psi_j(\vec{r}_j') = \rho(\vec{r}_j) \left[ 1 - \frac{1}{6} (x_j - x_j') \frac{\vec{t}_x(\vec{r}_j')}{\rho(\vec{r}_j')} - \frac{1}{6} (y_j - y_j') \frac{\vec{t}_y(\vec{r}_j')}{\rho(\vec{r}_j')} - \frac{1}{6} (z_j - z_j') \frac{\vec{t}_z(\vec{r}_j')}{\rho(\vec{r}_j')} + \dots \right] \quad (V.3)$$

Il en résulte que la fonction de corrélation n'est très différente de celle (III.22) de Thomas-Fermi que si les énergies cinétiques moyennes par nucléon  $\frac{2M}{\hbar^2} \frac{t_c}{\rho}$  diffèrent beaucoup de celles d'un gaz de Fermi.

LE MODÈLE DU MUR INFINI DE POTENTIEL. — Le modèle de Thomas-Fermi supposait que le potentiel nucléaire moyen ne variait pas trop vite dans l'épaisseur de la surface. Nous considérons maintenant l'autre extrême : un potentiel moyen constant dans un certain volume, et limité par un mur infini de potentiel. Ce modèle a été traité à une dimension, ce qui suffit si on néglige les effets de courbure.

Les fonctions d'onde normalisées à l'unité dans l'unité de volume sont alors de la forme :

$$\sqrt{2} \sin k_x x e^{i(k_y y + k_z z)} \quad (V.4)$$

la surface étant prise pour plan  $yOz$  sur lequel les fonctions d'onde doivent s'annuler. Les vecteurs  $\vec{k}$  occupent un hémisphère  $S(k < f; k_x > 0)$  de l'espace des impulsions.

On peut alors calculer aisément les énergies cinétiques moyennes par nucléon :

$$\rho(x) = 4 \int_s 2 \sin^2 k_x x \frac{d^3 k}{4\pi^3} = \rho(\infty) \left[ 1 - \frac{3j_1(2fx)}{2fx} \right] \quad (V.5)$$

$$t_x(x) = 4 \int_s 2 \sin^2 k_x x k_x^2 \frac{d^3 k}{4\pi^3} = \frac{1}{3} t(\infty) \left[ 1 - \frac{3j_1(2fx)}{2fx} + \frac{12j_3(2fx)}{2fx} \right] \quad (V.6)$$

$$t_y(x) = t_z(x) = 4 \int_s 2 \sin^2 k_x x (k_y^2 + k_z^2) \frac{d^3 k}{4\pi^3} = \frac{1}{3} t(\infty) \left[ 1 - \frac{15}{4f^2 x^2} j_2(2fx) \right] \quad (V.7)$$

où  $\rho(\infty)$  et  $(2M/\hbar^2)t(\infty)$  sont respectivement la densité et la densité d'énergie cinétique totale loin de la surface :

$$\rho(\infty) = (2/3\pi^2)f^3 \quad t(\infty) = (2/5\pi^2)f^5 \quad (V.8)$$

$\frac{t_x(x)}{\rho(x)}$  et  $\frac{t_y(x)}{\rho(\infty)}$  sont en unités de  $\frac{t(\infty)}{3\rho(\infty)}$ ,  $\frac{t(x)}{\rho(x)}$  en unités de  $\frac{t(\infty)}{\rho(\infty)}$ .

Nous représentons sur la figure 9 les énergies cinétiques moyennes par nucléon en fonction de la distance  $x$  à la surface. Il apparaît dans

la surface une anisotropie importante dans la répartition de l'énergie cinétique entre les diverses directions. Cependant l'énergie totale  $\frac{t(x)}{\rho(x)}$  s'écarte peu de la valeur  $\frac{t(\infty)}{\rho(\infty)}$ . Notre calcul de l'amplitude de réaction fait apparaître tous les nucléons de la matière nucléaire, et nos résultats dépendent surtout de  $\frac{t(z)}{\rho(z)}$ . Nous voyons donc que le modèle extrême du mur de potentiel infini ne fait pas apparaître dans la surface des énergies cinétiques par nucléon beaucoup plus élevées que celles existant loin de la surface. D'après le tableau III on peut espérer des

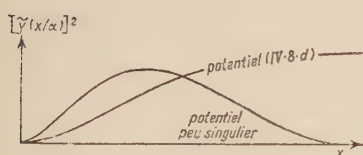


Fig. 8.

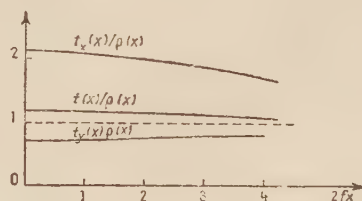


Fig. 9.

résultats acceptables pour le terme spin-orbite seulement en augmentant le rapport  $(f/\mu)$  par un facteur au moins de l'ordre de 3 (\*), où  $f$  est le moment de Fermi local. Cela signifie que nous aurions besoin dans la surface d'accroître l'énergie cinétique par nucléon d'un facteur 10. Le modèle du mur infini de potentiel est impuissant à nous fournir ce facteur.

**LES HAUTS MOMENTS DE LA MATIÈRE NUCLÉAIRE.** — Continuant notre recherche d'impulsions élevées dans la matière nucléaire, afin de redresser le signe de  $a_d$ , nous allons recalculer ce dernier non plus dans un gaz de Fermi dégénéré mais en supposant une distribution d'impulsions présentant une queue vers les hautes énergies (7).

L'existence de ces impulsions élevées est attestée par divers phénomènes : effet photo-nucléaire, absorption des mésons par les noyaux, réactions de « pick-up » des deutons, diffusion quasi élastique des protons, production des mésons dans les collisions proton-noyau. On peut rendre compte de ces effets en supposant une distribution des quantités de mouvement de la forme (10).

$$\frac{\alpha}{\pi^2} \frac{1}{(k^2 + \zeta^2)^2} \quad (\text{V.9})$$

(\*) Dans le tableau III, nous avons tenté d'augmenter  $(1/\mu)$  plutôt que  $f$ . Augmenter  $f$  est encore moins favorable à cause du facteur  $(1/\mu^6 f)$  de (IV.1).

où  $(\hbar^2 \beta^2 / 2M) = 18 \text{ MeV}$ , au lieu de la distribution de Fermi :

$$(3/4\pi f^3) \quad \text{si } k < f; \quad 0 \quad \text{si } k > f. \quad (\text{V.10})$$

Le succès d'une telle tentative n'aurait d'ailleurs qu'une valeur indicative. Dans la théorie de Brueckner, la « fonction d'onde modèle » est une fonction à particules indépendantes dans un potentiel moyen et ne contient pas encore les impulsions élevées qui n'apparaissent qu'après l'introduction des interactions. On ne peut plus tenir compte convena-

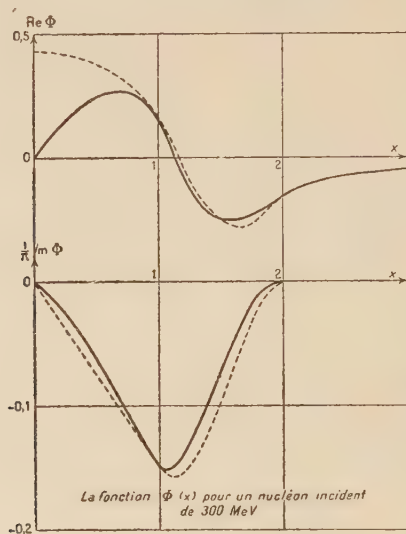


Fig. 10.

blement du principe de Pauli dans les états intermédiaires si la « fonction d'onde modèle » est déjà modifiée par les interactions.

Pour tenir compte des impulsions élevées, nous nous limiterons donc à un modèle très simplifié : nous ne tiendrons pas compte du principe de Pauli dans les états intermédiaires et nous nous contenterons de sommer la matrice de réaction non modifiée sur la distribution (V.9) du moment  $\vec{k}_j$  dans la matière nucléaire en supposant que cette distribution est encore réalisée dans la surface. Nous reprendrons alors le calcul (IV, § 2) en remplaçant la distribution (V.10) par (V.9) et en négligeant le principe d'exclusion dans les états intermédiaires. L'équation (IV.4) devient :

$$\vec{k}_i C_0 = \int d^3\varepsilon \int d^3k_j \frac{\beta}{\pi^2} \frac{1}{(k_j^2 + \beta^2)^2} \frac{\vec{z}}{z^2 + (\vec{k}_i - \vec{k}_j) \cdot \vec{z}} \left[ \frac{u(z)}{z} \right]^2. \quad (\text{V.11})$$

L'intégrale en  $\vec{k}_j$  se calcule aisément en prenant  $\vec{z}$  pour axe polaire. Puis, on intègre sur  $\vec{z}$ , en prenant  $\vec{k}_i$  pour axe polaire. (IV.1) garde la même forme, mais la fonction  $\Phi(x)$  est remplacée par :

$$\Phi_e(x) = 4 - 2\varepsilon \operatorname{Arc} \cotg \frac{4x^2 + \varepsilon^2 - 1}{2\varepsilon} - 2x \operatorname{Log} \frac{(2x+1)^2 + \varepsilon^2}{(2x-1)^2 + \varepsilon^2}. \quad (\text{V.12})$$

On a posé  $2\beta_i/k_i = \varepsilon$ ;  $f$  est remplacé par  $k_i$ ;  $\alpha$  est remplacé par  $\mu/2k_i$ . On a fait le changement de variable  $x = z/2k_i$ .

La fonction  $\Phi_e(x)$ , comme  $\Phi(x)$ , change de signe dans l'intervalle de variation de  $x$ . Aussi l'effet de compensation subsiste-t-il. Nous avons représenté la fonction  $\Phi_e(x)$  pour une énergie cinétique du nucléon  $i$  de 36 MeV, valeur raisonnable pour le « dernier » nucléon lié. Alors  $k_i^2 = 2\beta^2$ . La fonction  $\Phi_e(x)$  est représentée en trait mixte sur la figure 7.

Nous pouvons alors calculer  $a_d$ , en évaluant numériquement l'intégrale (IV.1) pour les diverses forces tensorielles déjà considérées. Les résultats sont consignés dans le tableau III. On voit que l'introduction de hauts moments dans la matière nucléaire entraîne presque toujours un signe correct pour l'interaction spin-orbite, mais, ici encore, l'ordre de grandeur reste trop faible.

**LE TERME D'ÉCHANGE** — Le terme d'échange  $a_e$  a été calculé par (IV.12) pour le potentiel ( $e$ ) (genre « Gartenhaus »). On a tenu compte du principe d'exclusion dans les états intermédiaires. Les résultats figurent dans le tableau III. Il y a une compensation entre des contributions de signes opposés à  $a_e$ , en sorte que le terme d'échange est faible ou négatif et ne fournit pas non plus d'interaction spin-orbite convenable.

## VI. — Le potentiel spin-orbite à haute énergie

(300 MeV).

**GÉNÉRALITÉS.** — La forte polarisation (8, 9, 12, 52, 56) observée pour les nucléons de haute énergie élastiquement diffusés par des noyaux s'interprète usuellement comme étant due à un terme spin-orbite dans le potentiel optique (22, 23, 34, 50, 63, 64). La détermination précise du potentiel optique par une analyse des résultats expérimentaux est un problème difficile et ambigu, et, en particulier, la grandeur du terme spin-orbite est un paramètre mal déterminé expérimentalement. Il semble cependant que le terme spin-orbite à haute énergie doive être du même ordre de grandeur que celui qui explique le modèle des couches. On trouve dans la littérature des chiffres auxquels correspondraient pour notre paramètre  $a$  des valeurs autour de 40 MeV ( $10^{-13}$  cm)<sup>5</sup>. Des valeurs un peu plus faibles pourraient également convenir.

A haute énergie, on s'attend à ce que l'amplitude de collision nucléon-nucléon soit peu modifiée au sein de la matière nucléaire. Il serait donc possible de déterminer le potentiel optique directement à partir de la matrice  $S$  du problème à deux corps, sans hypothèses plus précises sur le potentiel nucléon-nucléon, et ce problème a été effectivement traité avec un certain succès pour le terme spin-orbite par divers auteurs (2, 44).

Lorsqu'on prend pour point de départ un potentiel nucléon-nucléon, on peut prendre la matrice  $S$  du problème à deux corps comme intermédiaire de calcul (67). Ceci implique l'hypothèse que la matrice  $S$  n'est pas modifiée au sein de la matière nucléaire. Le potentiel dont on part doit également rendre compte de la diffusion et de la polarisation nucléon-nucléon. Les potentiels que nous avons considérés ici ne sont pas satisfaisants à haute énergie pour le problème à deux corps. En particulier, des forces tensorielles peu ou pas singulières à l'origine, sans cœur dur, conduisent à des polarisations nucléon-nucléon trop faibles (30). Aussi nous n'attendons pas d'accord quantitatif avec les résultats expérimentaux à haute énergie pour les potentiels tensoriels précités.

Nous allons néanmoins étendre nos calculs à la diffusion de nucléons de 300 MeV dans le but essentiel d'estimer le rôle du principe d'exclusion dans les états intermédiaires, et de voir dans quelle mesure on peut le négliger, comme on le fait souvent. Nous allons donc calculer dans notre modèle une amplitude de diffusion (que nous savons peu réaliste), en tenant compte ou non du principe d'exclusion dans les états intermédiaires.

A haute énergie, on s'attend à ce que le terme d'échange soit beaucoup plus faible que le terme direct, pourvu que le potentiel ne contienne pas de trop hauts moments. En fait, c'est bien ce que nous avons trouvé pour les amplitudes de réaction non modifiées du chapitre VI, quand le potentiel n'était pas trop singulier. Nous allons donc nous contenter de calculer le terme « direct ».

**CALCUL DU TERME DIRECT A  $k_i = 3f$ .** — Nous reprenons le calcul du chapitre IV, § 2, pour un nucléon incident de moment  $k_i = 3f$  à l'intérieur du noyau (ce qui correspond à une énergie cinétique  $\frac{\hbar^2 k_i^2}{2M} \approx 300$  MeV). La valeur précise  $3f$  simplifie les calculs. Nous nous intéressons maintenant à un problème de diffusion ; nous désirons l'amplitude complète de collision qui inclut une partie imaginaire : la formule (IV.4) est encore valable, mais il faut introduire dans le dénominateur une petite partie imaginaire négative —  $i\epsilon$ . Les formules (IV.5) sont encore valables, mais il faut donner aux logarithmes les déterminations appropriées : les logarithmes ont leur valeur prin-

cupale quand leur argument est positif et il s'y ajoute  $-i\pi$  quand leur argument est négatif.

La formule (IV.1) est encore valable, mais maintenant  $\Phi(x)$  est donné par :

$$\begin{aligned}\Phi(x) = & \left(-4x + \frac{8}{9}\right) \text{Log } 2 + \left(-\frac{2}{27}x^4 + \frac{10}{9}x^2 - \frac{52}{27}x + \frac{8}{9}\right) \text{Log } (1-x) \\ & + \left(\frac{2}{27}x^4 - \frac{10}{9}x^2 - \frac{56}{27}x - \frac{8}{9}\right) \text{Log } (x+2) \\ & + \left(-\frac{1}{27}x^4 + x^2 + 2x\right) \text{Log } (x+3) + \left(\frac{1}{27}x^4 - x^2 + 2x\right) \text{Log } (3-x) \\ & + \frac{1}{9}x^2 + \frac{16}{9}x \\ & + i\pi\left(\frac{1}{27}x^4 - \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{27}x\right) \quad \text{si } 0 < x < 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi(x) = & \left(-\frac{2}{27}x^4 + \frac{10}{9}x^2 + 2x + \frac{8}{9}\right) \text{Log } \frac{x+1}{x+2} \\ & + \left(\frac{5}{216}x^4 - \frac{7}{36}x^2 + \frac{5}{24} + \frac{7}{27x^2} - \frac{2}{9x^4}\right) \text{Log } \frac{(2-x)(x+1)}{(x+2)(x-1)} \\ & + \frac{2}{27}x \text{Log } \frac{(x-1)(2-x)}{4x^2} - \frac{1}{36}x^3 + \frac{1}{9}x^2 + \frac{79}{108}x + \frac{5}{6} + \frac{1}{54x} + \frac{2}{9x^3} \\ & + i\pi\left(-\frac{5}{216}x^4 + \frac{7}{36}x^2 - \frac{2}{27}x - \frac{5}{24} - \frac{7}{27x^2} + \frac{2}{9x^4}\right) \quad \text{si } 1 < x < 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Phi(x) = & \left(-\frac{2}{27}x^4 + \frac{10}{9}x^2 + 2x + \frac{8}{9}\right) \text{Log } \frac{x+1}{x+2} \\ & + \left(-\frac{2}{27}x^4 + \frac{10}{9}x^2 - 2x + \frac{8}{9}\right) \text{Log } \frac{x-1}{x-2} \\ & - \frac{2}{27}x \text{Log } \frac{(x+1)(x+2)}{(x-1)(x-2)} + \frac{2}{9}x^2 + \frac{5}{3} \quad \text{si } x > 2\end{aligned}$$

(VI.1)

Les fonctions  $\text{Re } \Phi(x)$  et  $\frac{1}{\pi} \text{Im } \Phi(x)$  sont représentées sur la figure 10. Si on néglige le principe de Pauli dans les états intermédiaires,  $\text{Re } \Phi(x)$  est donnée, quel que soit  $x$ , par la troisième expression (VI.1) et on a :

$$\left. \begin{aligned}\text{Im } \Phi(x) &= \pi\left(-\frac{4}{27}x\right) & \text{si } x < 1 \\ \text{Im } \Phi(x) &= \pi\left(-\frac{2}{27}x^4 + \frac{10}{9}x^2 - \frac{56}{27}x + \frac{8}{9}\right) & \text{si } 1 < x < 2 \\ \text{Im } \Phi(x) &= 0 & \text{si } x > 2\end{aligned}\right\} \quad \text{(VI.2)}$$

$\text{Re } \Phi(x)$  et  $\frac{1}{\pi} \text{Im } \Phi(x)$  sont représentées, quand on néglige le principe de Pauli, en pointillé sur la figure 10. On voit que l'effet du principe d'exclusion est encore relativement important sur la partie réelle de  $\Phi(x)$ .

DISCUSSION. — Nous avons évalué le coefficient  $a_d$  dans le terme spin-orbite en effectuant numériquement l'intégrale (IV.1) pour les potentiels déjà considérés. Les résultats sont dans le tableau III.

Le potentiel spin-orbite ainsi obtenu est complexe. Les résultats dépendent de la force tensorielle envisagée, mais sont moins sensibles aux détails de cette force qu'ils ne le sont à basse énergie, tant qu'on considère des forces peu singulières à l'origine. Ceci provient de ce que, à haute énergie, tous les moments relatifs mis en jeu sont du même ordre de grandeur, en sorte que les résultats dépendent que de l'amplitude de collision à haute énergie ; or, cette dernière a la même allure pour toutes les interactions peu singulières que nous avons considérées.

Les résultats semblent être trop faibles en grandeur. Mais cela n'a rien de surprenant puisque nous avons employé des potentiels mal adaptés aux hautes énergies. Un résultat qui pourrait avoir plus de sens est l'importance encore appréciable du principe d'exclusion, même à 300 MeV. La partie imaginaire du potentiel spin-orbite est pratiquement la même que sans principe d'exclusion. Par contre, le principe d'exclusion semble pouvoir réduire la partie réelle de 30 à 50 p. 100. Cette importance du principe d'exclusion est liée au fait que, quelle que soit l'énergie du nucléon incident, le principe de Pauli continue à interdire les petits transferts de moments  $\vec{q} - \vec{k}$  entre l'état initial et l'état intermédiaire : or, pour des potentiels pas trop singuliers, ce sont précisément ces petits transferts qui interviennent dans la transformée de Fourier du potentiel, et qui contribuent le plus au terme du deuxième ordre de l'amplitude de collision en avant. Il est vraisemblable que pour des potentiels plus singuliers, le rôle du principe de Pauli serait moindre.

La partie réelle et la partie imaginaire du potentiel spin-orbite, pour toutes les interactions (sauf  $(d)$ ), sont du même ordre de grandeur et de signes opposés. Ce résultat est en accord avec le potentiel spin-orbite complexe proposé pour expliquer la diffusion aux petits angles de protons de 300 MeV par le carbone (33).

## VII. — *Discussion et conclusions.*

RÉSUMÉ. — Nous avons calculé le potentiel spin-orbite agissant sur un nucléon, en supposant que les forces à deux corps dépendantes de spin sont du type tensoriel. Nous nous sommes servis, comme intermédiaire de calcul, de l'amplitude de réaction relative à la collision de deux nucléons. Le potentiel spin-orbite ainsi calculé est trop faible. Nous avons tenu compte de plusieurs effets importants : la modification de l'amplitude de réaction au sein de la matière nucléaire par

l'action du principe de Pauli dans les états intermédiaires diminue encore le potentiel spin-orbite ; l'antisymétrisation entre le nucléon considéré et les autres fait apparaître un terme d'échange mais dont l'ordre de grandeur est encore trop faible.

L'APPROXIMATION DE BORN EST-ELLE VALABLE ? — La partie « directe »  $a_d$  du coefficient  $a$  du potentiel (III.33) dépend de l'amplitude de réaction aux petits angles (III.26). Il serait donc essentiel de savoir si le comportement de cette amplitude à basse énergie ressemble effectivement à celui calculé ici par la deuxième approximation de Born. En ce qui concerne l'amplitude de réaction nucléon-nucléon libres, obtenue sans principe d'exclusion dans les états intermédiaires il est certain que l'approximation de Born n'est pas valable à basse énergie. En particulier, l'existence d'un état lié pour le deuton implique pour l'amplitude de réaction la présence d'un pôle à basse énergie (2), que l'approximation de Born ne reproduit pas. (\*) Mais nous avons vu que le potentiel spin-orbite calculé reste trop faible quand on travaille avec l'amplitude de réaction modifiée au sein de la matière nucléaire. Nos résultats dépendent étroitement de la validité des méthodes de perturbation au sein de la matière nucléaire. Les travaux récents inspirés de la théorie de Brueckner (13, 70) tendent à réhabiliter la méthode des perturbations pour les problèmes de structure nucléaire. Mais la plupart de ces travaux ne concernent que les forces centrales. Nos résultats restent subordonnés à la preuve de la validité des perturbations.

LES FORCES TENSORIELLES SINGULIÈRES. — Avec nos approximations, l'emploi d'une force tensorielle très singulière ne fait qu'empirer les choses. En fait, l'approximation de Born n'est certainement pas valable, même au sein de la matière nucléaire, pour un potentiel aussi singulier, et nous n'avons donc ici aucun résultat numérique valable concernant les potentiels singuliers. Il faudrait cependant que, même à basse énergie, le comportement du potentiel au voisinage de l'origine soit important, pour que l'introduction de forces tensorielles singulières soit susceptible de fournir un potentiel spin orbite plus convenable que celui dû aux forces non singulières.

A haute énergie, les singularités du potentiel sont certainement importantes. On n'a pas pu jusqu'à présent expliquer complètement les polarisations observées à haute énergie, avec des forces purement centrales et tensorielles. Cependant les essais faits dans ce sens indiquent que, si la polarisation est due aux forces tensorielles, celles-ci doivent présenter des singularités ou des cœurs durs. Notre mauvais résultat

(\*) Dans le cas sans principe d'exclusion, on peut obtenir des expressions explicites pour (III.26), pour certaines formes de la force tensorielle. Dans le travail de L. S. Kisslinger (44), basé sur la forme explicite, une erreur de calcul altère les résultats.

à haute énergie pour le potentiel singulier (IV.8.d) pourrait très bien être un effet de la non-validité de l'approximation de Born dans ce cas. Il est d'ailleurs possible qu'il faille introduire des forces spin-orbite élémentaires dans l'interaction de deux nucléons à haute énergie ; mais cela n'implique pas obligatoirement que ces forces également existent à basse énergie.

**LES TERMES A PLUSIEURS PARTICULES.** — Les théories de Brueckner admettent que la structure nucléaire est principalement décrite par les collisions des nucléons deux à deux au sein d'un potentiel moyen. On considère comme peu importants les processus qui mettent simultanément en jeu plus de deux nucléons. Cette hypothèse de travail a été partiellement vérifiée dans certains cas (3), mais la légitimité de cette approximation n'est pas rigoureusement prouvée dans le cas présent. Autrement dit, il n'est pas certain que le potentiel spin-orbite à basse énergie puisse être décrit entièrement à partir des amplitudes de réaction (même modifiées) des paires de nucléons, telles que nous les avons définies.

En fait, Feingold a montré, dans le cas des noyaux légers, que les forces tensorielles peuvent conduire à des « forces effectives » vectorielles, mais qui mettent essentiellement en jeu trois particules à la fois. La possibilité de l'existence de tels phénomènes dans les noyaux lourds n'a pas été considérée ici. Ces expressions n'apparaîtront qu'en tenant compte des termes de  $\theta_{ij}$  qui ne conservent pas l'impulsion.

Notons toutefois que, si les forces spin-orbite étaient dues, à basse énergie, à l'interaction simultanée de trois particules, on aurait là une situation radicalement différente de celle qui existe à haute énergie, où le potentiel spin-orbite est presque certainement la résultante d'effets à deux corps.

**CONCLUSION.** — Si l'interaction spin-orbite calculée à partir des forces tensorielles dans notre modèle n'était pas modifiée par l'un des effets que nous venons de passer en revue, il faudrait en conclure que les forces tensorielles ne suffisent pas pour rendre compte de la force spin-orbite, et qu'il existe, même à basse énergie, une force spin-orbite élémentaire du genre (I.1) dans le potentiel à deux corps. Nous présentons donc ainsi nos conclusions :

Si la deuxième approximation de Born, à basse énergie, au sein d'un noyau de densité normale, est valable pour la partie linéaire dans les spins de l'amplitude de réaction modifiée à deux corps ;

Si le rôle de singularités dans la force tensorielle est peu important à basse énergie :

Alors les forces spin-orbite effectives nécessaires pour expliquer le modèle des couches semblent ne pas pouvoir résulter de processus ne mettant en jeu que les paires de nucléons et les forces tensorielles.

La possibilité demeure que les forces spin-orbite soient dues à des

effets des forces tensorielles mettant en jeu plus de deux nucléons à la fois.

Sinon, il faudrait admettre, à basse énergie, l'existence de forces élémentaires spin-orbite pour chaque paire de particules. En fait, un travail récent sur le problème à deux corps (62) fournit des arguments solides en faveur de l'existence de telles forces.

## BIBLIOGRAPHIE

- (1) F. AJZENBERG et T. LAURITSEN. — *Rev. Mod. Phys.*, 1955, **27**, 77; Boston University, *Quarterly Progress*, Report n° 4, Appendix B (septembre 1954).
- (2) J. S. BELL et T. H. R. SKYRME. — *Phil. Mag.*, 1956, **1**, 1055.
- (3) H. A. BETHE. — *Phys. Rev.*, 1956, **103**, 1353.
- (4) J. M. BLATT et V. F. WEISSKOPF. — *Theoretical Nuclear Physics*, 1952. Wiley.
- (5) R. J. BLIN-STOYLE. — *Phil. Mag.*, 1955, **46**, 973.
- (6) G. BREIT. — *Phys. Rev.*, 1937, **51**, 248.
- (7) K. A. BRUECKNER, R. J. EDEN et N. C. FRANCIS. — *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 1445.
- (8) DE CARVALHO, MARSHALL et MARSHALL. — *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 1081.
- (9) CHAMBERLAIN, SEGRÉ, TRIPP, WIEGAND et YPSILANTIS. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1430.
- (10) G. F. CHEW et M. L. GOLDBERGER. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 470.
- (11) E. U. CONDON et G. H. SHORTLEY. — *Theory of Atomic Spectra*, 1935. Cambridge.
- (12) J. M. DICKSON et D. C. SALTER. — *Nature*, 1954, **173**, 946.
- (13) C. DE DOMINICIS. — Communication privée.
- (14) J. P. ELLIOTT. — *Phil. Mag.*, 1956, **1**, 503.
- (15) J. P. ELLIOTT et B. H. FLOWERS. — *Proc. Roy. Soc.*, 1955, A **229**, 536.
- (16) J. P. ELLIOTT, J. HOPE et H. A. JAHN. — *Phil. Trans. Roy. Soc.*, 1953, A **246**, 241.
- (17) J. P. ELLIOTT et A. M. LANE. — *Phys. Rev.*, 1954, **96**, 1160.
- (18) A. ERDÉLYI. — *Tables of Integral Transforms*, 1954. McGraw-Hill Book Co.
- (19) H. EULER. — *Zeits. f. Physik*, 1937, **105**, 553.
- (20) A. M. FEINGOLD. — *Thèse Princeton*, 1952; *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 258; 1957, **105**, 944.
- (21) A. M. FEINGOLD et E. P. WIGNER. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 221.
- (22) E. FERMI. — *Nuovo Cimento*, 1954, **11**, 407.
- (23) S. FERNBACH, W. HECKROTTE et J. V. LEPORE. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1059.
- (24) H. FESHBACH et J. SCHWINGER. — *Phys. Rev.*, 1951, **84**, 194.
- (25) FRENCH, HALBERT et PANDYA. — *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 1387.
- (26) J. L. GAMMEL, R. S. CHRISTIAN et R. M. THALER. — *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 311.
- (27) S. GARTENHAUS. — *Phys. Rev.*, 1955, **100**, 900.

- (28) H. GELERTNER. — *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 1068.
- (29) J. B. GERHART. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 288.
- (30) L. J. B. GOLDFARB et D. FELDMAN. — *Phys. Rev.*, 1952, **88**, 1099.
- (31) HALL et POWELL. — *Phys. Rev.*, 1953, **90**, 912.
- (32) HAXOL, JENSEN et SUESS. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1766.
- (33) W. HECKROTTE. — *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 1406.
- (34) W. HECKROTTE et J. V. LEPORE. — *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 500; **95**, 1109.
- (35) J. HUGUES et K. J. LE COUTEUR. — *Proc. Phys. Soc.*, 1950, A **63**, 1212.
- (36) D. R. INGLIS. — *Rev. Mod. Phys.*, 1953, **25**, 390.
- (37) D. R. INGLIS. — *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 783.
- (38) H. A. JAHN et H. VAN WIERINGEN. — *Proc. Roy. Soc.*, 1951, A **209**, 502.
- (39) B. JANCOVICI. — *Nuovo Cimento*, 1955, **1**, 840.
- (40) B. JANCOVICI et I. TALMI. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 289.
- (41) R. JASTROW. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 165.
- (42) M. H. JOHNSON et E. TELLER. — *Phys. Rev.*, 1955, **98**, 783.
- (43) J. KEILSON. — *Thèse Harvard*, 1950; *Phys. Rev.*, 1951, **82**, 759.
- (44) L. S. KISSLINGER. — *Thèse Indiana*, 1955; *Phys. Rev.*, 1956, **104**, 1077.
- (45) C. A. KLEIN. — *Nuovo Cimento*, 1955, **1**, 581.
- (46) D. KURATH. — *Phys. Rev.*, 1956, **101**, 216.
- (47) A. M. LANE. — *Proc. Phys. Soc.*, 1953, A **66**, 977; 1955, A **68**, 189, 197.
- (48) MAGNUS et OBERHETTINGER. — *Formeln und Sätze*, 1948. Springer Verlag.
- (49) D. H. LYONS. — *Phys. Rev.*, 1957, **105**, 936.
- (50) B. J. MALENKA. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 522.
- (51) MARSHAK. — Congrès de Rochester, 1957.
- (52) MARSHALL, MARSHALL et DE CARVALHO. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 1431.
- (53) A. MARTIN et L. VERLET. — *Nuovo Cimento*, 1954, **12**, 483.
- (54) M. G. MAYER. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 1969.
- (55) P. M. MORSE et H. FESHBACH. — *Methods of Theoretical Physics*, 1953. McGraw-Hill Book Co.
- (56) OXLEY, CARTWRIGHT et ROUVINA. — *Phys. Rev.*, 1954, **93**, 806.
- (57) H. PEASE et H. FESHBACH. — *Phys. Rev.*, 1951, **81**, 142.
- (58) W. G. PROCTOR et F.-C. YU. — *Phys. Rev.*, 1950, **77**, 716.
- (59) G. RACAH. — *Phys. Rev.*, 1942, **62**, 438; 1943, **63**, 367.
- (60) M. REDLICH. — *Phys. Rev.*, 1955, **99**, 1427.
- (61) J. SHERIDAN et W. GORDY. — *Phys. Rev.*, 1950, **79**, 513.
- (62) P. S. SIGNELL et R. E. MARSHAK. — *Phys. Rev.*, 1957, **106**, 832.
- (63) SNOW, STERNHEIMER et YANG. — *Phys. Rev.*, 1954, **94**, 1073.
- (64) R. M. STERNHEIMER. — *Phys. Rev.*, 1954, **95**, 587; 1955, **97**, 1314; **100**, 886.
- (65) W. J. SWIATECKI. — *Proc. Phys. Soc.*, 1951, A **64**, 226.
- (66) I. TALMI. — *Helv. Phys. Acta*, 1952, **25**, 185.
- (67) S. TAMOR. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 1077.
- (68) J. THIRION et R. BARLOUTAUD. — *C. R. Acad. Sci.*, 1955, **240**, 22, 2136.
- (69) W. M. VISSCHER et R. A. FERRELL. — *Bull. Am. Phys. Soc.*, 1955, **3**, 49; communication privée.
- (70) L. VERLET. — *Communications privées; Thèse Paris*, 1957.
- (71) E. P. WIGNER. — *Phys. Rev.*, 1937, **51**, 106.
- (72) E. P. WIGNER. — *Conférence de Rio de Janeiro*, 1952.
- (73) L. WOLFENSTEIN et J. ASHKIN. — *Phys. Rev.*, 1952, **85**, 947.

# APPENDICE A.I

Nous voulons ramener à une intégrale scalaire (III.31) dont l'intégrand est le tenseur du 2<sup>e</sup> ordre en  $\vec{q}$  et  $\vec{k}$  (III.32). On a :

$$-g \times k_i C_1(k_i, f) = \frac{3}{4\pi f^3} \int_{k_j < f} d^3 k_j \int_{\Omega} d^3 q \left\{ [\vec{g} \times (\vec{q} - \vec{k})] m_1 + [\vec{k} \times (\vec{q} - \vec{k})] [\vec{g} \cdot (\vec{q} - \vec{k})] m_2 + [\vec{k} \times (\vec{q} - \vec{k})] [\vec{g} \cdot (\vec{q} + \vec{k})] m_3 \right\} \quad (\text{A.I.1})$$

avec :

$$m_1 = \frac{\tilde{u}(\vec{q} - \vec{k}) \cdot \tilde{u}(\vec{q} + \vec{k})}{|\vec{q} - \vec{k}|^2 |\vec{q} + \vec{k}|^2} \quad (\text{A.I.2})$$

$$m_2 = \frac{\tilde{u}(\vec{q} - \vec{k}) \cdot \tilde{u}(\vec{q} + \vec{k})}{|\vec{q} - \vec{k}|^2} \frac{-2}{k^2 - q^2} \frac{\tilde{u}(\vec{q} + \vec{k}) \cdot \tilde{u}(\vec{q} + \vec{k})}{|\vec{q} + \vec{k}|^2} \quad (\text{A.I.3})$$

$$m_3 = \frac{\tilde{u}(\vec{q} - \vec{k}) \cdot \tilde{u}(\vec{q} + \vec{k})}{|\vec{q} - \vec{k}|^2} \frac{2}{|\vec{q} + \vec{k}|^2} \frac{\partial}{\partial |\vec{q} + \vec{k}|} \frac{\tilde{u}(\vec{q} + \vec{k}) \cdot \tilde{u}(\vec{q} + \vec{k})}{|\vec{q} + \vec{k}|^2} \quad (\text{A.I.4})$$

Seule la composante le long de  $\vec{g} \times \vec{k}_i$  de l'intégrand de (A.VI.1) contribue au résultat. On a donc :

$$-(\vec{g} \times \vec{k}_i) J_1 = \vec{g} \times \int d^3 k_j \int d^3 q (\vec{q} - \vec{k}) m_1 = -(\vec{g} \times \vec{k}_i) \frac{1}{k_i} \int d^3 k_j \int d^3 q (\vec{k}_i \cdot \vec{k}) m_1 \quad (\text{A.I.5})$$

On a gardé seulement le terme pair en  $\vec{q}$ , car le domaine d'intégration sur  $\vec{q}$ ,  $\Omega$ , est symétrique par rapport à l'origine et  $m_1$  est pair en  $\vec{q}$ .

$$\begin{aligned} -(\vec{g} \times \vec{k}_i)_\alpha J_2 &= \int d^3 k_j \int d^3 q (\vec{k} \times \vec{q})_\alpha [\vec{g} \cdot (\vec{q} - \vec{k})] m_2 \\ &= \sum_{\beta} \vec{g}_{\beta} \int d^3 k_j \int d^3 q (\vec{k} \times \vec{q})_\alpha (\vec{q} - \vec{k})_{\beta} m_2 \\ &= (-\vec{g}_{\alpha+1} \vec{k}_{i_{\alpha+2}} + \vec{g}_{\alpha+2} \vec{k}_{i_{\alpha+1}}) J_2 \end{aligned} \quad (\text{A.I.6})$$

où les indices grecs désignent les composantes cartésiennes des vecteurs. En identifiant les coefficients des composantes identiques en  $\vec{g}$  dans les deux membres de (A.I.6) on obtient :

$$\int d^3 k_j \int d^3 q (\vec{k} \times \vec{q})_{\alpha} (\vec{q} - \vec{k})_{\beta} m_2 = -\vec{k}_{i_{\gamma}} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} J_2 \quad (\text{A.I.7})$$

où  $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma} = +1$  si  $\alpha\beta\gamma$  forment une permutation cyclique paire,  
 $= -1$  si  $\alpha\beta\gamma$  forment une permutation cyclique impaire,  
 $= 0$  autrement.

Multipliant les deux membres de (A.VI.7) par  $-\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}k_{i\gamma}$  et sommant sur les indices, on trouve :

$$\left. \begin{aligned} 2k_i^2 J_2 &= - \sum_{\alpha\beta\gamma} \int d^3k_j \int d^3q (\vec{k} \times \vec{q})_x (\vec{q} - \vec{k})_y \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} k_{i\gamma} m_2 \\ &= - \int d^3k_j \int d^3q [(\vec{k} \times \vec{q}) \times (\vec{q} - \vec{k})] \cdot \vec{k}_i m_2 \\ &= - \int d^3k_j \int d^3q [(\vec{k} \cdot \vec{q})(\vec{k}_i \cdot \vec{q}) - (\vec{k}_i \cdot \vec{k})q^2] m_2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.I.8})$$

où on a ainsi utilisé le fait que  $m_2$  est pair en  $q$ , en sorte que (A.I.6) devient :

$$-(\vec{g} \times \vec{k}_i) J_2 = \frac{(\vec{g} \times \vec{k}_i)}{2k_i^2} \int d^3k_j \int d^3q [(\vec{k} \cdot \vec{q})(\vec{k}_i \cdot \vec{q}) - (\vec{k}_i \cdot \vec{k})q^2] m_2. \quad (\text{A.I.9})$$

On démontre de la même façon que :

$$\left. \begin{aligned} -(\vec{g} \times \vec{k}_i) J_3 &= \int d^3k_j \int d^3q (\vec{k} \times \vec{q}) [\vec{g} \cdot (\vec{q} + \vec{k})] m_3 \\ &= (\vec{g} \times \vec{k}_i) \frac{1}{2k_i^2} \int d^3k_j \int d^3q [(\vec{k} \cdot \vec{q})(\vec{k}_i \cdot \vec{q}) - (\vec{k}_i \cdot \vec{k})q^2] \\ &\quad + k^2 (\vec{k} \cdot \vec{q}) - (\vec{k}_i \cdot \vec{k})(\vec{k} \cdot \vec{q}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.I.10})$$

En portant (A.I.5), (A.I.9) et (A.I.10) dans (A.I.1), il vient (IV.9).

## APPENDICE A.II

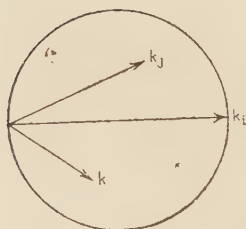


Fig. 11.

Nous calculons l'intégrale d'échange (IV.9) pour  $k_i = f$ .

Pour une valeur donnée de  $\vec{k}$ , on a :

$$\vec{K} = \vec{k}_i - \vec{k}.$$

Le domaine d'intégration sur  $\vec{q}$ ,  $\Omega$ , se compose de la partie extérieure aux deux sphères de centres  $\pm \vec{K}$  et de rayon  $f$ . Ce domaine est de révolution autour de  $\vec{K}$  (fig. 11).

Le domaine d'intégration sur  $\vec{k}$  est la sphère  $S$  ayant le vecteur  $\vec{k}_i$  pour diamètre.

(IV.9) s'écrit :

$$C_1(f, f) = \frac{48\pi^4 V_0^2 f^2}{\mu^{10}} \mathfrak{N} \quad (\text{A.II.1})$$

avec :

$$\mathfrak{N} = \frac{1}{\pi^2} \int_{\mathbb{S}} d^3k \int_{\Omega} d^3q e^{-\frac{f^2}{\mu^2}(q^2 + k^2)} \left\{ \vec{k}_i \cdot \vec{k} + \left[ \frac{1}{k^2 - q^2} + \frac{f^2}{\mu^2} \right] (\vec{k}_i \cdot \vec{q})^2 - (\vec{k}_i \cdot \vec{q})(\vec{k} \cdot \vec{q}) - (\vec{k}_i \cdot \vec{k})q^2 \right\} \quad (\text{A.II.2})$$

les moments  $k, q, K$  dans  $\mathfrak{N}$  étant maintenant exprimés en unités de  $f$ .

Nous effectuons d'abord l'intégration angulaire sur  $\vec{q}$ , en prenant  $\vec{K}$  pour axe polaire. Il est commode de définir  $\vec{k}$  par les longueurs  $k$  et  $K$ , en sorte que :

$$\mathfrak{N} = 2 \int_{\mathbb{S}} dk k \int_{\mathbb{S}} dK \int_{\sqrt{1-K^2}}^{1+K} dq q g_1(K) + 2 \int_{\mathbb{S}} dk k \int_{\mathbb{S}} dK \int_{1+K}^{\infty} dq q g_2(K) \quad (\text{A.II.3})$$

avec :

$$g_1(K) = e^{-\frac{f^2}{\mu^2}(K^2 + q^2)} \left\{ (-K^2 + k^2 + 1)(K^2 + q^2 - 1) + \left[ \frac{1}{k^2 - q^2} + \frac{f^2}{\mu^2} \right] \left[ \frac{1}{48K^4} (-K^4 - 2(k^2 + 1)K^2 + 3(k^2 - 1)^2)(K^2 + q^2 - 1)^3 + \frac{q^2}{4K^2} (3K^4 - 2(k^2 + 1)K^2 - (k^2 - 1)^2)(K^2 + q^2 - 1) \right] \right\} \quad (\text{A.II.4})$$

et :

$$g_2(K) = e^{-\frac{f^2}{\mu^2}(k^2 + q^2)} K q \left\{ 2(-K^2 + k^2 + 1) + q^2 \left[ \frac{1}{k^2 - q^2} + \frac{f^2}{\mu^2} \right] \left[ \frac{1}{6K^2} (-K^4 - 2(k^2 + 1)K^2 + 3(k^2 - 1)^2) + \frac{1}{2K^2} (3K^4 - 2(k^2 + 1)K^2 - (k^2 - 1)^2) \right] \right\} \quad (\text{A.II.5})$$

On pose :

$$k^2 - q^2 = 2x \quad k^2 + q^2 = 2y \quad (\text{A.II.6})$$

et on calcule les intégrales (A.II.3) avec les variables  $K, x, y$ . Nous effectuerons d'abord l'intégration en  $K$ . Avec les anciennes variables, les frontières des domaines de variation de  $q$  sont définies par  $q = \sqrt{1 - K^2}$  et  $q = 1 + K$ . Les frontières de  $K$  sont définies par  $K = 1 - k$  et  $K = \sqrt{1 - k^2}$ . Enfin  $k$  varie de 0 à 1. Si on veut intégrer d'abord en  $K$ , il apparaît des régions en  $k, q$ , selon les positions relatives des nombres  $\sqrt{1 - q^2}, q - 1, 1 - k, \sqrt{1 - k^2}, k, 0, 1$ .

Ces régions sont limitées par des courbes, qui, dans les variables  $x, y$ , sont les paraboles et les droites :

$$\left. \begin{aligned} y^2 - y - x &= 0 \\ x^2 - 4y + 4 &= 0 \\ x &= 0 \\ y^2 - y + x &= 0 \\ x + y &= 0 \\ x + y &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.II.7})$$

Ces courbes et les régions qu'elles limitent sont représentées sur la figure 12.

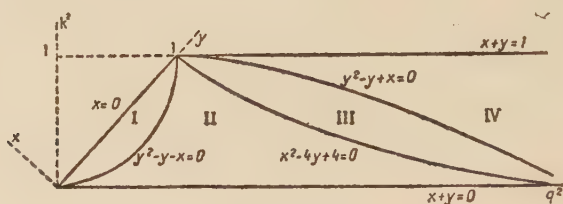


Fig. 12.

On appelle les primitives de  $g_1$  et  $g_2$  :

$$G_1(K) = \int g_1(K) dK, \quad (\text{A.II.8})$$

$$G_2(K) = \int g_2(K) dK. \quad (\text{A.II.9})$$

On a alors :

$$\mathfrak{N} = \iint dx dy G(x, y) \quad (\text{A.II.10})$$

où :-

$$G(x, y) = \left\{ \begin{array}{ll} G_1(\sqrt{1-k^2}) & \text{dans les régions I et II} \\ -G_1(\sqrt{1-q^2}) & \text{I} \\ -G_1(1-k) & \text{II III} \\ +G_1(q-1) & \text{III IV} \\ +G_2(\sqrt{1-k^2}) & \text{III IV} \\ -G_2(q-k) & \text{III} \\ -G_2(1-k) & \text{IV} \end{array} \right\} \quad (\text{A.II.11})$$

On effectue les intégrales en  $x$ . On trouve ainsi :

$$\mathfrak{N} = \int_0^\infty dy N(y) \quad (\text{A.II.12})$$

$$\begin{aligned}
 N(y) = N_1(y) \equiv & e^{-(2f^2/\mu^2)y} \{ (1-y)^3 \{ -(466/315)y^2 - (272/315)y \\
 & + (176/105) \} + y^4 \{ -(118/105)y^3 - (272/315)y^2 + (1136/315)y \\
 & - (176/105) \} + ((16/35)y^4 - (16/15)y^3) (1/\sqrt{y}) \operatorname{Arg th} \sqrt{y} \\
 & + (- (8/15)y + (8/35)) \operatorname{Log} (1-y) + (f^2/\mu^2) [(1-y)^{5/2} \{ -(944/945)y^2 \\
 & - (1541/945)y + (211/135) \} + (4/45)y^6 - (17/15)y^5 + 3y^4 - (14/9)y^3 \\
 & - (62/15)y^2 + (529/105)y - (211/135) \} ] \} \quad \text{si } 0 < y < 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N(y) = N_2(y) \equiv & e^{-(2f^2/\mu^2)y} \{ (512/735)K^7 + ((832/525)y - (1448/525))K^5 \\
 & + ((8/315)y^2 - (230/63)y + (334/105))K^3 + (y-1) \{ -(26/35)y^2 \\
 & + (2/7)y - (22/105) \} K + (y-1)^2 \{ (13/35)y^2 + (4/21)y - (8/35) \} \\
 & (2/\sqrt{y-1}) \{ \operatorname{Arc tg} \sqrt{2/\sqrt{y-1}-1} - \operatorname{Arc tg} (1/\sqrt{y-1}) \} \\
 & - (512/735)Q^7 + ((576/175)y + (8/25))Q^5 - Q^4 + (- (1352/315)y^2 \\
 & + (4/45)y)Q^3 + ((2/3)y + (8/15))Q^2 + (- (92/105)y^3 + (4/15)y^2)Q \\
 & - (44/245)k^7 + ((124/175)y - (64/75))k^5 + k^4 + (- (16/105)y^2 \\
 & + (16/45)y)k^3 + (- 2y + (8/15))k^2 + (- (16/35)y^3 + (16/15)y^2)k \\
 & + (16/21)q^7 + (- 4y + (16/15))q^5 + ((52/9)y^2 - (28/9)y)q^3 \\
 & + ((4/3)y^3 - (4/3)y^2)q - (16/245)y^7 + (124/175)y^6 - (1508/525)y^5 \\
 & + (1123/315)y^4 + (8/7)y^3 - (100/63)y^2 - (4034/1575)y \\
 & - (1628/1225) - (2/\sqrt{y}) [ (- (8/35)y^4 + (8/15)y^3) \operatorname{Arg th} (1/\sqrt{y}) \\
 & + (- (46/105)y^4 + (2/15)y^3) \operatorname{Arg th} (\sqrt{y}/(1+\sqrt{y-1})) + ((2/3)y^4 \\
 & - (2/3)y^3) \operatorname{Arg th} \sqrt{y/(2y-1)} + (- (8/35)y^4 + (8/15)y^3) \\
 & \operatorname{Arg th} \sqrt{2-y} ] + (- (8/15)y + (8/35)) \operatorname{Log} (y(y-1)^{3/2}/2) \\
 & + (f^2/\mu^2) [ - (16/63)K^9 + (- (16/15)y + (128/105))K^7 + (- (16/15)y^2 \\
 & + (52/15)y - (28/15))K^5 + (y-1) \{ (4/9)y^2 + (16/9)y - (8/9) \} K^3 \\
 & - (4/3)(y-1)^3K + (16/63)Q^9 + (- (128/105)y - (8/105))Q^7 + (4/9)Q^6 \\
 & + (8/5)y^2Q^5 - (4/3)yQ^4 + ((4/3)y^2 - (16/15)y + (16/35))Q^2 \\
 & - (8/189)k^9 + ((32/105)y - (16/35))k^7 + (4/9)k^6 + (- (8/15)y^2 \\
 & + (16/15)y)k^5 - (4/3)yk^4 + ((4/3)y^2 - (16/15)y + (16/35))k^2 \\
 & - (8/27)q^9 + ((32/31)y - (8/21))q^7 + (- (32/15)y^2 + (16/15)y)q^5 \\
 & + (8/189)y^9 - (32/105)y^8 + (104/105)y^7 + (68/45)y^6 + (4/3)y^5 \\
 & - (4/3)y^4 + (83/45)y^3 - (496/105)y^2 + (64/15)y - (416/315) \} ] \} \quad \text{si } 1 < y < 2
 \end{aligned}$$

où :

$$K = \sqrt{1-y+2\sqrt{y-1}} \quad k = \sqrt{2y-y^2} \quad q = \sqrt{2y-1} \quad Q = 1 + \sqrt{y-1}$$

$$N(y) = N_3(y) \equiv e^{-(2f^2/\mu^2)y} [ P_3(y, \sqrt{2y-1}) - P_3(y, \sqrt{2y}) ]$$

où :

$$\begin{aligned}
 P_3(y, q) = & (16/21)q^7 + (- 4y + (16/15))q^5 + ((52/9)y^2 - (28/9)y)q^3 \\
 & + ((4/3)y^3 - (4/3)y^2)q + (- (4/3)y^4 + (4/3)y^3) (1/\sqrt{y}) \\
 & \operatorname{Arg th} (\sqrt{y}/q) + (f^2/\mu^2) [ - (8/27)q^9 + ((32/21)y - (8/21))q^7 \\
 & + (- (32/15)y^2 + (16/15)y)q^5 ] \quad \text{si } y > 2 \\
 & \text{(A.II.13)}
 \end{aligned}$$

La fonction  $N(y)$  ainsi définie est représentée sur la figure 13, pour les deux valeurs  $(f^2/\mu^2) = 0,5$  et  $(f^2/\mu^2) = 1$ . L'intégrale (A.II.12) est alors effectuée numériquement.

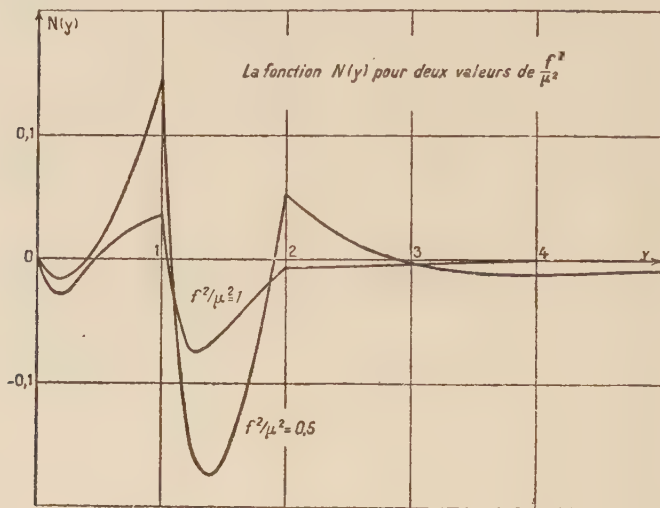


Fig. 13.

# DEUXIÈME THÈSE

---

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

**Bandes d'impuretés dans les semi-conducteurs.**

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 13 juin 1957.

*Le Doyen de la Faculté des Sciences,*  
J. PÉRÈS.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

*Le Recteur de l'Académie de Paris,*

JEAN SARRAILH.





